TEST GEOMÉTRICO APLICANDO EL MODELO DE VAN HIELE

Fernando Fouz (*)

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo consiste en el diseño de un test de cuarenta preguntas basado en los niveles de Van Hiele. Aunque son cinco los niveles de los que se compone el modelo, las preguntas están orientadas hacia los tres primeros niveles ya que, como es conocido, son los niveles alcanzables en niveles no universitarios. Previo al test va a aparecer un corto recordatorio de las ideas básicas del modelo.

El test está inspirado en ya conocido test de Usinskin aunque, en el trabajo del profesor de Chicago, las preguntas se formulan para los cinco niveles.

IDEA BÁSICA DEL MODELO

La idea básica de partida, dicho de forma sencilla y rápida, es que "el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento", "que no van asociados a la edad" ... y ... "que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente". Es más, se señala que cualquier persona, y ante un nuevo contenido geométrico a aprender, "pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la Geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente".

NIVELES DE VAN HIELE: DENOMINACIÓN Y DESCRIPCIÓN

Los niveles son cinco y se suelen nombrar, de forma más habitual, con los números del 0 al 4. Los niveles se denominan de la siguiente manera:

- NIVEL 0: Visualización o reconocimiento.
- NIVEL 1: Análisis.
- NIVEL 2: Ordenación o clasificación.
- NIVEL 3: Deducción formal.
- NIVEL 4: Rigor.

Dado que el nivel 5º se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un o una estudiante pueden estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. A continuación se describen cuáles son las características de cada nivel.

(*) Asesor de matemáticas del Berritzegune de Donosti.

NIVEL 0: Visualización o reconocimiento

Tres son las características fundamentales de este nivel:

1) Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
2) Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
3) No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo.

NIVEL 1: Análisis

1) Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
2) De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.
3) Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades.
4) Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

NIVEL 2: Ordenación o clasificación

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerará las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes. Alcanzar este nivel significa que....

1) Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.
2) Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.
3) Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que su nivel de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

NIVEL 3: Deducción formal

1) En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.
2) Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

3) Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de las Matemáticas.

NIVEL 4: Rigor

1) Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.
2) Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

CARACTERÍSTICAS DE LOS NIVELES

En un primer lugar hablamos de "secuenciación", algo que, con visto o explicado hasta ahora, no necesita más explicación, de "jerarquización" esto es, los niveles tienen un orden que no se puede alterar, lo cual es obvio visto también lo anterior y los niveles "son recursivos". Esta última idea es importante y conviene explicarla y concretarla un poco más. Esta característica nos indica que "lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel".

Un esquema, prescindiendo del último nivel, mediante una tabla de esta idea puede ser esclarecedor:

	ELEMENTOS EXPLÍCITOS	**ELEMENTOS IMPLÍCITOS**
NIVEL 0	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 1	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
NIVEL 2	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
NIVEL 3	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)

La segunda característica a señalar es "el lenguaje" específico para cada nivel. La progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje. No sé trata sólo de adquirir conocimientos matemáticos sino también mejoras y ampliar las capacidades referidas al lenguaje necesario en cada nivel. Como más tarde señalaremos en este modelo es muy importante el test-entrevista, es decir, que se da mucha importancia a que expliquen lo que saben y cómo lo saben no sólo que lo escriban en respuesta a un problema o un test de ítems más o menos abiertos.

La tercera idea es si el aprendizaje y, por tanto, el paso de nivel se hace de una manera "continua o discreta". La idea, eterno dilema, es si el salto es repentino o se hace de forma gradual. Nos parece lógico pensar que se hace de forma continua mediante pequeños saltos que conexos que nos darán el paso final de nivel. Esto está más de acuerdo con las teorías cognitivas modernas del aprendizaje que señalan cómo creamos esquemas significativos de pensamiento, mejores pero cercanos a los que teníamos, que se interconectan entre sí y que, a su vez, podemos reemplazar por otros nuevas más sencillos y prácticos que los anteriores. Para construir o mejorar estos esquemas tiene mucha importancia la interacción alumno/a-profesor/a. Lo señalado en el párrafo anterior (test-entrevista) sería ya el punto de partida para conocer estos esquemas de pensamiento.

CAMBIOS DE NIVEL. FASES DEL PASO ENTRE NIVELES

El paso de un nivel a otro es un proceso complejo donde se deben diseñar actividades adecuadas y estructuradas en un determinado orden.

En su trabajos los Van Hiele enfatizan en la idea que "el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez", es decir, dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados.

Las fases que postulan en su modelo son cinco y que, a continuación, se describen:

FASE 1ª: Preguntas/Información.
FASE 2ª: Orientación dirigida.
FASE 3ª: Explicación (explicitación).
FASE 4ª: Orientación libre.
FASE 5ª: Integración.

Fase 1ª: Preguntas/Información

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos/as. Está fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos/as y el camino a seguir de las actividades siguientes. Se puede realizar mediante un test o preguntas individualizadas utilizando actividades del nivel de partida. Cabe señalar que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta como la respuesta, es decir, diseñamos una pregunta pensando en un nivel concreto y, la respuesta recibida, nos puede señalar un nivel distinto del pensado inicialmente.

Fase 2ª: Orientación dirigida

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar. De su experiencia señalan que el rendimiento de los alumnos/as (resultados óptimos frente a tiempo empleado) no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

Fase 3ª: Explicación (explicitación)

Es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre alumnos/as y en la que el papel del profesor/a se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos/as conforme a lo requerido en ese nivel.

La interacción entre alumnos/as es importante ya que les obliga o ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás.

Fase 4ª: Orientación libre

Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario. Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

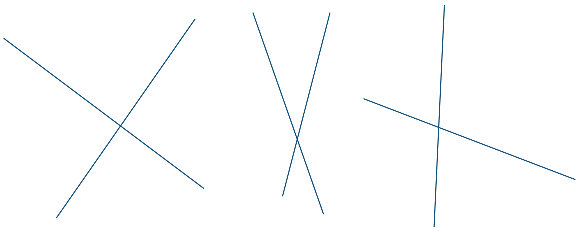
Fase 5ª: Integración

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía.

Como idea final podemos señalar como en esta estructura de actividades se pueden integrar perfectamente actividades de recuperación para los alumnos/as que presenten algún retraso en la adquisición de los conocimientos geométricos y, por otra parte, rehaciendo adecuadamente los grupos profundizar algo más con aquellos alumnos/as de mejor rendimiento Aunque no se ha explicitado las actividades de evaluación, también se integrarían fácilmente en esta estructura de actividades.

TEST PARA UNA ENTREVISTA EN EL MODELO DE VAN HIELE

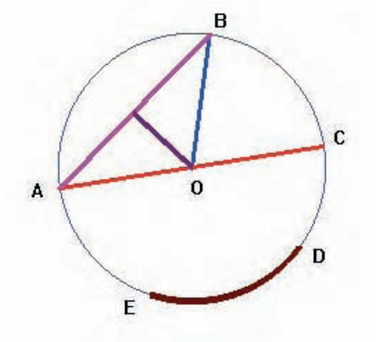
1. En los dibujos se señalan distintas intersecciones entre rectas. ¿qué tienen en común todas ellas? ¿hay alguna particular?¿cómo se llama esa relación?



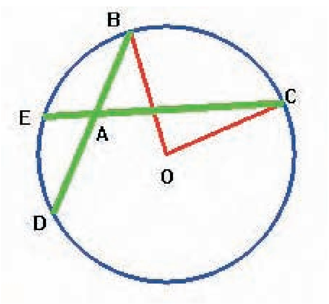
2. ¿Cuántos elementos puedes nombrar en la figura de la derecha?

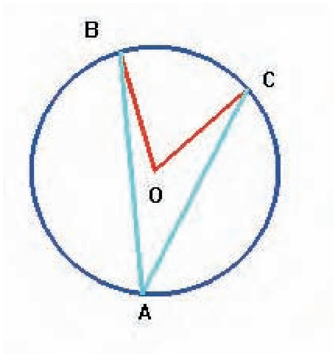
A modo de ejemplo:

a. puntos.
b. segmentos rectos.
c. segmentos curvos.
d. superficies .
e. ángulos ...

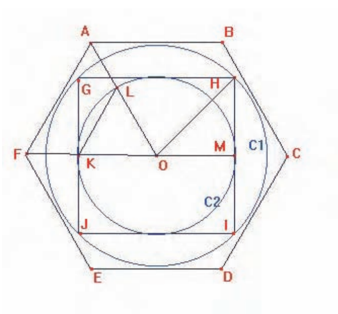


3. ¿Cómo se denominan los ángulos que se señalan en las dos figuras de abajo?



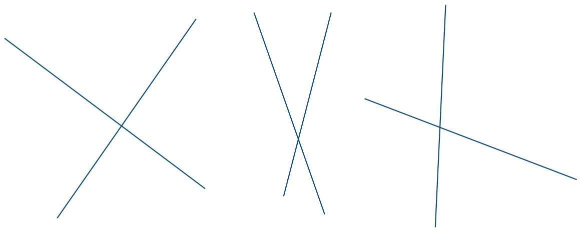


4. En la figura de abajo nombra todos los elementos geométricos que identifiques:



ELKARRIZKETARAKO TESTA VAN HIELEREN EREDUA ERABILIZ

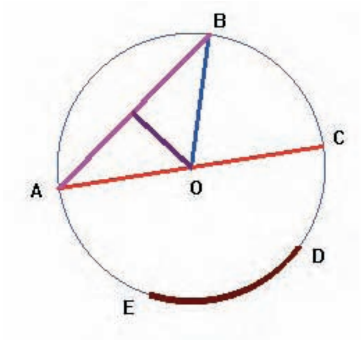
1. Irudietan lerro zuzenen arteko elkarguneak adierazten dira. Zer daukate berdin lerro horiek?, baten bat bereziki? Harreman hori, nola deitzen da?



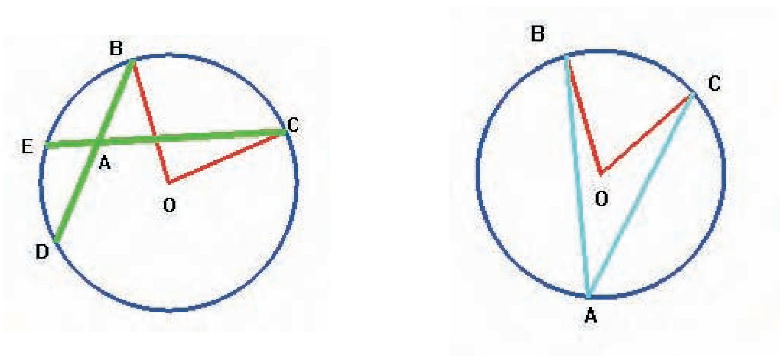
2. Eskubiko irudian, zenbat elementu ahal duzu aipatu?

Adibideren modura:

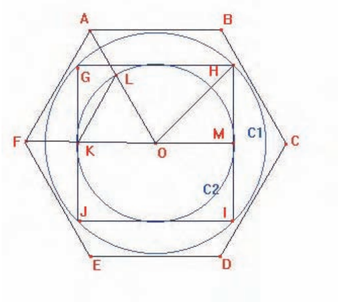
- **a.** puntuak.
- **b.** segmentu zuzenak.
- **c.** segmentu makurrak.
- **d.** gainazalak.
- **e.** angeluak ...



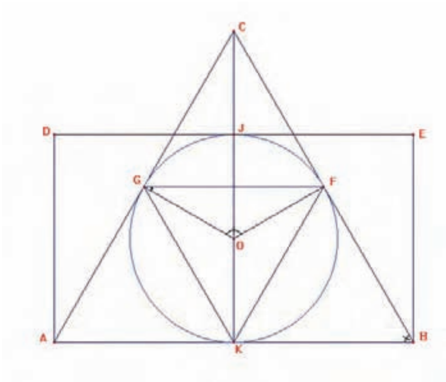
3. Beheko bi irudietan adierazten diren angeluak, nola deitzen dira?



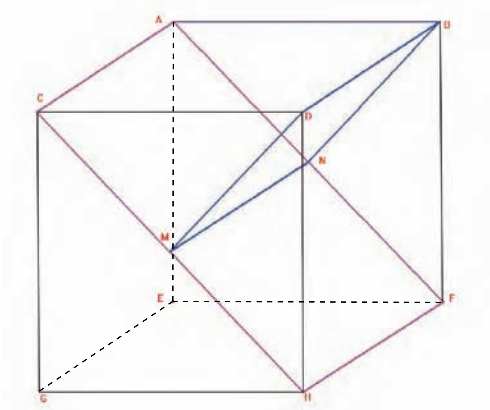
4. Aipa eitzazu identifikatu ahal dituzun elementu geometriko guztiak beheko irudian:



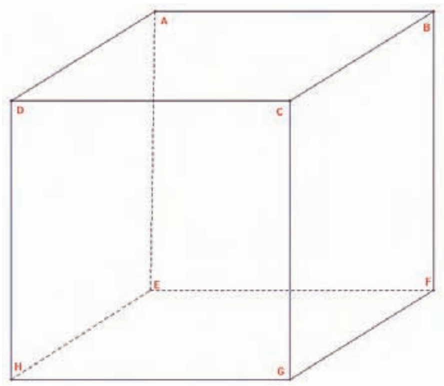
5. En la figura de abajo nombra todos los elementos geométricos que identifiques:



6. Señala en la figura todos los polígonos y poliedros que identifiques:

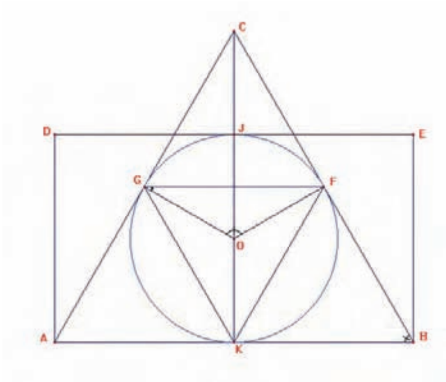


7. La figura de abajo es un cubo. Señala sobre ella lo que es:

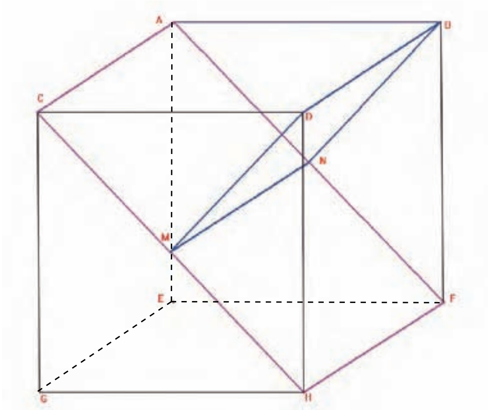


a. a una diagonal del cubo.
b. una arista.
c. una cara lateral.
d. dos vértices opuestos.
e. un vértice cualquiera y sus contiguos.
f. todas las diagonales de las caras.

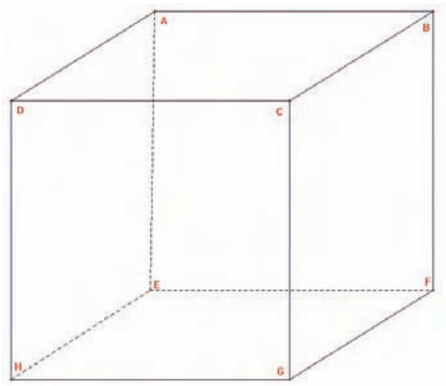
5. Aipa eitzazu identifikatu ahal dituzun elementu geometriko guztiak beheko irudian:



6. Irudian adieraz eitzazu identifikatzen dituzun poligonoak eta poliedroak:

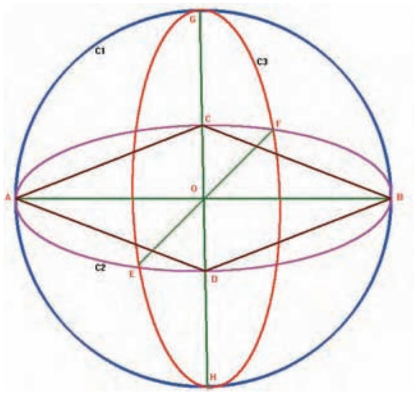


7. Beheko irudia kuboa da. Irudiaren gainean adieraz ezazu zer den:



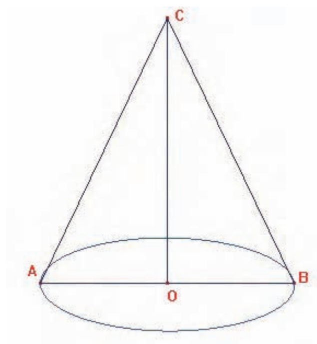
a. kuboko diagonala.
b. edozein ertz.
c. alboko aurpegi bat.
d. bi erpin aurkako.
e. edozein erpin eta bere aldamenekoak.
f. aurpegien diagonal guztiak.

8. La figura es la representación de una esfera. ¿qué es ...



a. C2
b. C3
c. AB
d. ACBD
e. EF
f. O?

9. Después de señalar cómo se llama la figura de abajo, responde a: ¿qué es ...

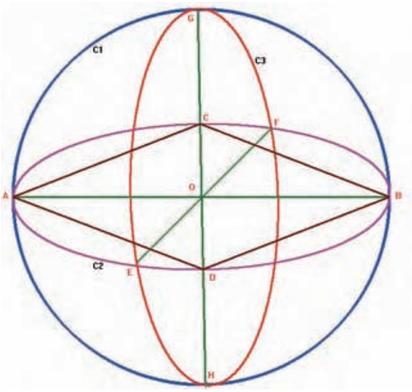


a. C
b. O
c. AB
d. OC
e. AC ó BC?

10. Tenemos cuatro rectas en el plano: “m”, “n”, “p” y “q”. si “m” es paralela a “n” que, a su vez, lo es de “p”, mientras que “q” es perpendicular a “n”. ¿cuál de las siguientes respuestas es CORRECTA?

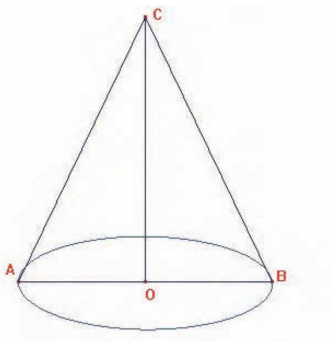
a. “q” también debe ser perpendicular a “m” y “p”.
b. En algún caso puede que no se cumpla el apartado anterior.
c. “p” y “q” son paralelas.
d. Podemos encontrar una recta “s” que sea paralela a “n” y no perpendicular a “q”.

8. Irudi hau esfera baten irudikapena da. Zer da ...



a. C2
b. C3
c. AB
d. ACBD
e. EF?
f. O?

9. Adierazi ondoren beheko irudia zer den, erantzun ezazu zer da ...

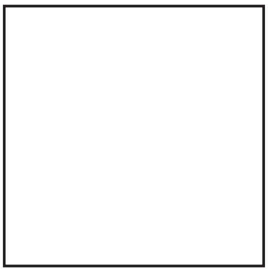


a. C
b. O
c. AB
d. OC
e. AC edo BC?

10. Lau lerro zuzen “m”, “n”, “p” eta “q” baditugu. “m” eta “n”” paraleloak izanik, baita “n” eta “p” ere, baina “q” eta “n” elkarzutak dira. Datozen erantzunen artean, zein da ZUZENA?

a. “q” ere, “m” eta “p” lerro zuzenekiko elkarzuta da.
b. Kasuren batean aurreko atala ez da omen betetzen.
c. “p” eta “q” paraleloak dira.
d. “s” lerro zuzen bat aurki dezakegu, “n”rekiko paraleloa eta “q” lerro zuzenekiko ez-elkartzuta.

11. ¿Cuál de las siguientes respuestas, referidas a la figura de la derecha, NO ES CORRECTA?



a. Es un paralelogramo.
b. Es un rombo.
c. Es un cuadrado.
d. Es un cuadrilátero.
e. No puede ser todo lo anterior a la vez.

12. Si trazamos la diagonal de un cuadrado ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA?

a. Lo divido en dos triángulos iguales.
b. Lo divido en dos triángulos isósceles.
c. Lo divido en dos triángulos rectángulos.
d. Lo divido en dos triángulos de igual área.
e. Alguna de las anteriores respuestas tiene que ser falsa.

13. Si trazamos la diagonal de un rectángulo cualquiera ... ¿qué afirmación NO ES CIERTA?

a. Lo dividimos en dos triángulos iguales.
b. Lo dividimos en dos triángulos isósceles.
c. Lo dividimos en dos triángulos rectángulos.
d. Lo dividimos en dos triángulos de igual área.
e. Una de las anteriores respuestas es falsa ...

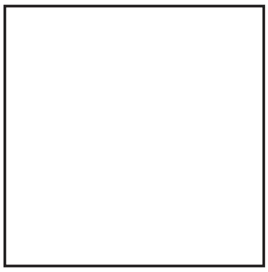
14. Si disponemos de escuadra y cartabón, para trazar paralelas y perpendiculares ¿podemos desde el centro de un hexágono regular trazar ángulos de 30º, 45º,60º, 90º, 120º, 135º 150º y 180º?

a. Sólo los múltiplos de 60º.
b. Sí, en todos los casos.
c. Todos excepto 45º y 135º.
d. No porque necesitamos además un compás.
e. Si no lo inscribimos en una circunferencia será imposible.

15. La figura muestra una sección hexagonal de un cubo ¿qué respuesta de las siguientes ES FALSA?

a. Los triángulos sobre la caras son isósceles.
b. Cada cara del cubo contiene un solo lado del hexágono.
c. La figura es imposible. en la realidad se trata de una ilusión falsa.
d. El hexágono es regular.
e. Las dos partes en que se divide el cubo son idénticas.

11. Zein eskubiko irudiari buruzkoa den erantzun EZ DA ZUZENA?



a. Paralelogramoa da.
b. Erronboa da.
c. Karratua da.
d. Laukia da.
e. Aurreko guztia ezin da aldi berean izan.

12. Karratu bateko diagonala egiten badagu...., zer adierazpen EZ DA ZUZENA?

a. Bi hiruki berdinetan zatitu dugu.
b. Bi hiruki isoszeletan zatitu dugu.
c. Bi hiruki zuzenetan zatitu dugu.
d. Bi azalera berdinen hirukitan zatitu dugu.
e. Aurreko erantzuneren bat faltsua izan behar da.

13. Lauki zuzen bateko diagonala egiten badagu...., zer adierazpen EZ DA ZUZENA?

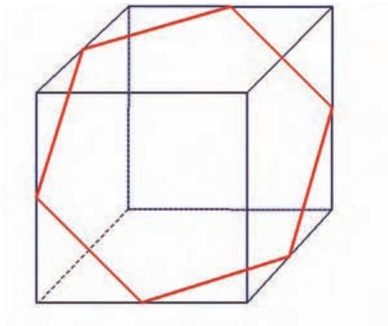
a. Bi hiruki berdinetan zatitu dugu.
b. Bi hiruki isoszeletan zatitu dugu.
c. Bi hiruki zuzenetan zatitu dugu.
d. Bi azalera berdinen hirukitan zatitu dugu.
e. Aurreko erantzun bat faltsua da.

14. Llerro elkarzutak eta paraleloak egiteko eskuaira eta kartaboia baditugu. Hexagono erregular baten zentrutik, 30º, 45º, 60º, 90º, 120º, 135º, 150º eta 180º tako angeluak egin ditzakegu?

a. 60ºtako angeluen multiploak bakarrik.
b. Bai, kasu guztietan.
c. 45º eta 135ºtako angeluak izan ezik.
d. Ez, horrez gain konpasa behar dugulako.
e. Zirkunferentzia batean inskribatzen ez badugu, ezinezkoa izango da.

15. Beheko irudiak kubo baten ebaketa hexagonala erakusten du. Hurrengo erantzunetan, zein DA FALTSUA?

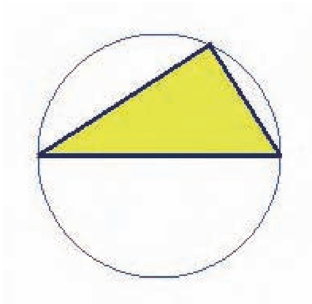
a. Aurpegietan dauden hirukiak isoszeleak dira.
b. Kuboko aurpegi bakoitzak hexagonoko alde bat bakarrik du.
c. Irudia ezinezkoa da. ilusio optiko bat bakarrik delako.
d. Hexagonoa erregularra da.
e. Kuboa zatitu ondoren, bi zatiak berberak dira.



16. En un hexágono de centro “O” elegimos tres vértices consecutivos “A”,“B” y “C”, trazamos la diagonal “AC” y el segmento “OB”. ¿qué respuesta es la MÁS CORRECTA?

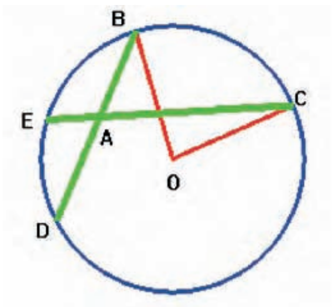
a. Son perpendiculares.
b. Se bisectan uno al otro.
c. Se cortan en un punto.
d. Son diagonales de un rombo.

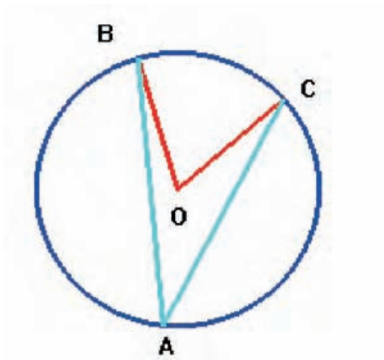
17. Inscribimos un triángulo en una circunferencia coincidiendo dos vértices con los extremos de un diámetro. entonces ¿es cierto que ese triángulo ...

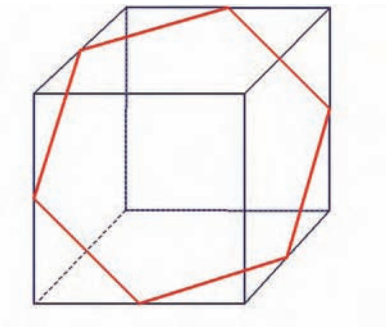


a. ... es siempre rectángulo.
b. ... en un caso puede ser isósceles.
c. ... su área presenta un valor máximo al mover el tercer vértice?
d. ... alguna de las respuestas anteriores es falsa.

18. ¿Cómo se relacionan los ángulos “a” de cada figura con los arcos que comprenden?, ¿cómo lo demostrarías?



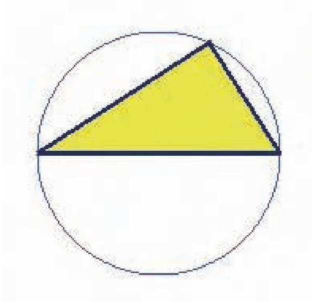




16. “O” zentruko hexagono batean, hiru ondoriozko erpin “A”,“B” y “C”, hain zuzen ere, aukeratzen ditugu. “AC” diagonala eta “OB” segmentua egiten ditugu . Zein da ERANTZUNIK ZUZENENA?

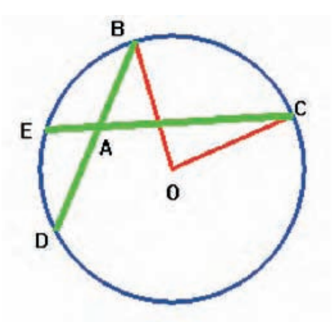
a. Elkarzutak dira.
b. Batek besteari erdibitzen dio.
c. Puntu batean gurutzatzen dira.
d. Erronbo bateko diagonalak dira.

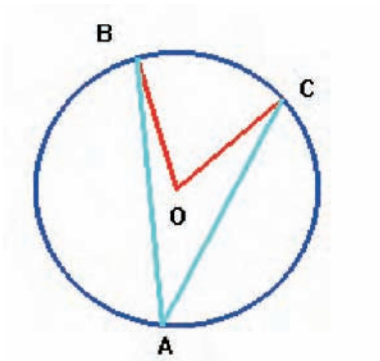
17. Zirkunferentzi batean hiruki bat inskribitzen dugu. Hirukiko bi erpin diametroko bi muturreri egokitzen zaizkie. Orduan, egia al da hiruki hori ...



a. ... beti angeluzuzena dela.
b. ... kasu batean isoszelea dela.
c. ... hirugarren erpina mugitzean bere azalerak balio maximoa duela.
d. ... aurreko erantzuneren bat faltsua dela.

18. Beheko bi irudietan, “A” angeluak eta barne hartzen dituzten arkuak nola erlazionatzen dira?, nola frogatuko zenuke?

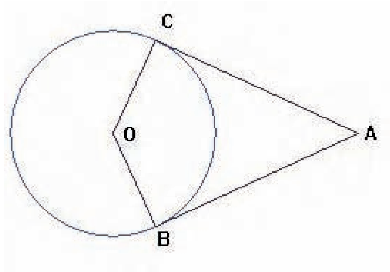




19. Discute la validez de las siguientes afirmaciones: dos rectas en un plano son paralelas si ...

a. una perpendicular a la primera también lo es a la segunda.
b. no se cortan en ningún punto.
c. cada una de ellas es paralela a una tercera recta.
d. la distancia entre ellas es siempre constante.
e. construimos un triángulo con dos vértices fijos en una recta y el tercero lo movemos por la segunda recta. el área de ese triángulo es siempre constante.

20. En la figura hemos trazado desde "A" los dos segmentos tangentes a la circunferencia. ¿qué propiedades son verdaderas?



a. Los ángulos "OCA" y "OBA" son rectos.
b. Los segmentos "AC" y "AB" miden lo mismo.
c. Si movemos "A" sobre la recta que pasa por "A" y por "O", no varía la posición de "C" y "B".
d. Los cuatro puntos A, B, C y O pertenecen a una misma circunferencia.

21. Un cuadrilátero tiene de vértices A, B, C y D y sus respectivos ángulos miden 127º, 95º, 85º y 53º. para que se pueda inscribir en una circunferencia el orden de los vértices debe ser ...

a. A, B, C, D
b. B, A, D, C
c. nunca se puede inscribir con esos valores.
d. todas las anteriores respuestas son falsas.

22. En una circunferencia elegimos dos puntos "A" y "B" cualesquiera. ¿cuáles de las siguientes afirmaciones NO SON CIERTAS?

a. Sólo puedo construir un rectángulo inscrito siendo "AB" un lado.
b. Puedo construir infinitos trapecios isósceles inscritos de base "AB".
c. Puedo construir solamente un trapecio rectángulo inscrito de base "AB".
d. "AB" puede ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo inscrito.

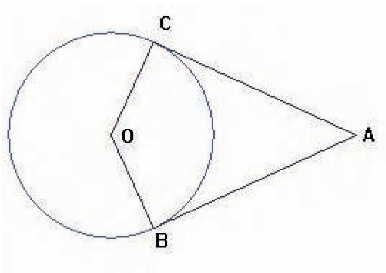
23. Señala cuáles de las siguientes propiedades NO SON CIERTAS con respecto a las diagonales de los paralelogramos:

a. Las diagonales se cortan en su punto medio.
b. En algún caso los ángulos de corte de las diagonales son iguales.
c. Los ángulos de corte de las diagonales pueden ser todos menores de 90º.
d. Si las diagonales no son perpendiculares no puede tratarse de un cuadrado.

19. Hurrengo baieztapenak eztabaidatu: plano batean bi lerro zuzen paraleloak dira ...

a. Lehenekiko elkarzuta bigarrenekiko ere badenean.
b. Ezein puntu ebakitzen ez direnean.
c. Haietako bakoitza hirugarren lerro zuzen batekiko paraleloa den.
d. Haien arteko distantzia beti berdina den.
e. Lerro zuzen bateko bi puntu finkoz eta hirugarrena bigarren lerro zuzenaren gainean mugituz eraikitzen dugun hirukiaren azalera konstantea denean.

20. Beheko irudian, "A" puntutik zirkunferenzikiko bi ukitze-segmentu egin ditugu, zer propietate egiazkoak dira?



a. "OCA" eta "OBA" angelu zuzenak dira.
b. "AC" eta "AB" segmentuek neurketa bera dute.
c. "O" eta "A" puntuetatik pasatzen den lerro zuzenaren gainean "A" puntua mugitzen badugu, "C" eta "B" puntuen posizioa ez da mugitzen.
d. "A", "B", "C" eta "O" puntuak zirkunferentzi berean daude.

21. "A", "B", "C" y "D" lauki bateko erpinak dira eta 127º, 95º, 85º y 53º bere angeluen neurketak. Zirkunferentzi batean inskribitzeko erpinen ordena izan beharko litzateke ...

a. A, B, C, D
b. B, A, D, C
c. Balio horietaz ezin da inoiz inskribitu.
d. Aurreko erantzun guztiak faltsuak dira.

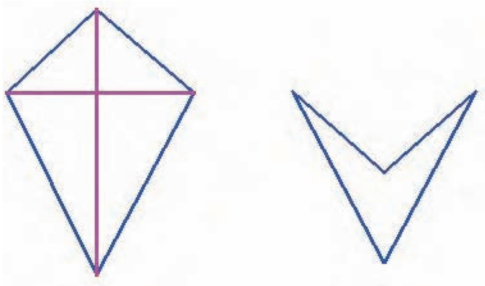
22. Zinkunferentzi batean edozein bi puntu "A" eta "B" aukeratzen ditugu. Datozen baietztapenen artean, zeintzuk EZ DIRA EGIAZKOAK?

a. Lauki inskribatu bat bakarrik eraikin ahal dugu "AB" aldea izanez.
b. "AB" oinarria izanez infinitu trapezio isoszele inskribatu eraikin ahal ditugu.
c. "AB" oinarria izanez trapezio zuzen inskribatu bat bakarrik eraikin ahal dugu.
d. "AB" izango litzateke hiruki zuzen inskribatu baten hipotenusa.

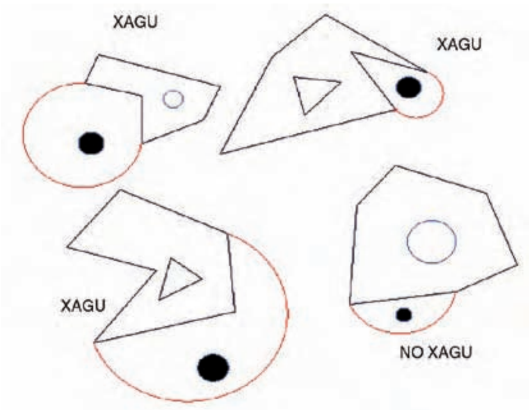
23. Paraleolgramoetako diagonaleei dagokionez adieraz ezazu, datozen propietateen artean, zeintzuk EZ DIRA EGIAZKORIK?

a. Diagonaleak haien erdigunean gurutzatzen dira.
b. Kasuren bat diagonalen arteko angeluak berdinak dira.
c. Diagonaleen arteko angeluak 90º baino txikiagoak dira.
d. Diagonaleak elkarzutak ez badira ezin da lauki zuzen bati buruzkoa.

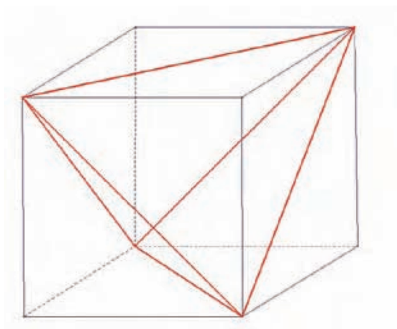
24. Las figuras de abajo se llaman "COMETAS". ¿señala todas las propiedades que identifiques y da una definición precisa?



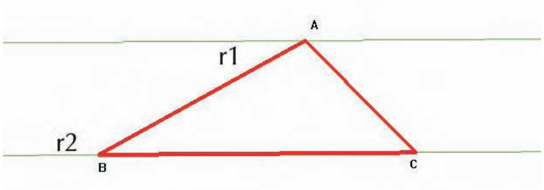
25. Puedes señalar las propiedades de los "XAGUS" y luego definirlos?



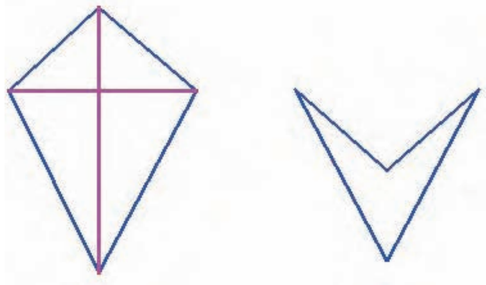
26. ¿Qué figura aparece inscrita en este cubo?. Justifica tu respuesta.



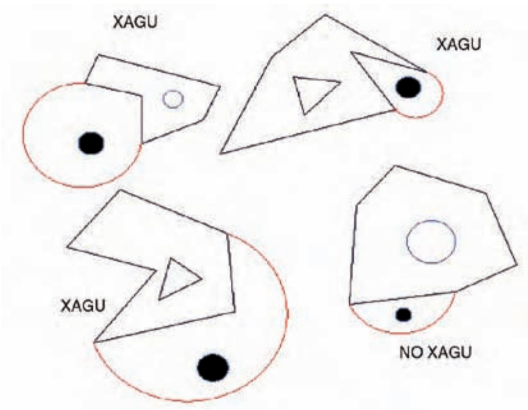
27. Si las rectas "r1" y "r2" son paralelas. ¿qué ocurre con el valor del área del triángulo "ABC" cuando movemos el punto "A" a lo largo de la recta "r1"?. justifica la respuesta.



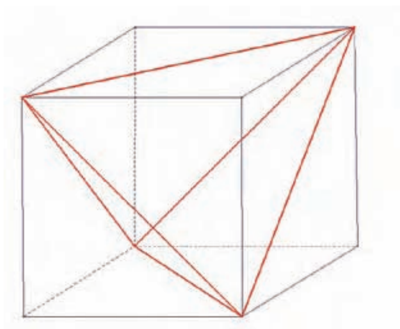
24. Beheko irudiak “KOMETAK” deitzen dira. aurkitu ahal dituzun propietate guztiak adieraz eitzazu eta gero definizio egokia eman ezazu.



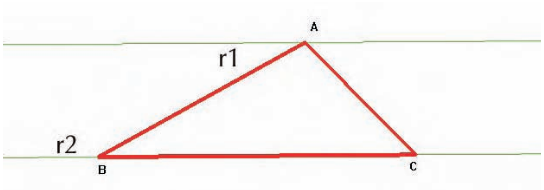
25. XAGUen propietateak adieraz ditzakezu eta gero definizioa eman?



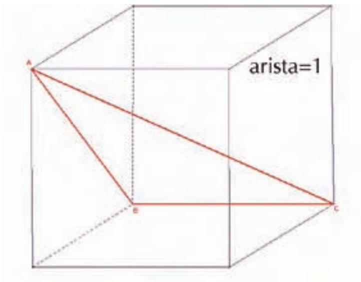
26. Kubo honetan, zer irudi inskribaturik agertzen da?. Erantzuna justifika ezazu.



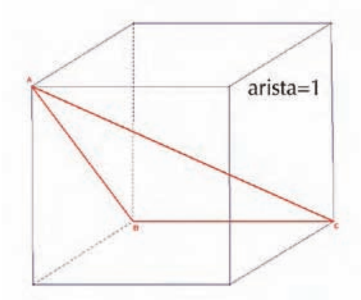
27. “r1” y “r2” lerro zuzenak paraleloak badira. ¿Zer gertatzen da “ABC” hirukiaren azaleraren balioarekin “r1” lerro zuzeneko “A” puntua mugitzerakoan?. Erantzuna froga ezazu.



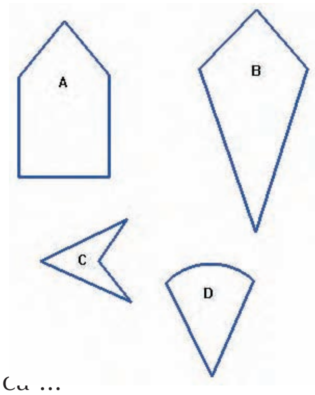
28. ¿Qué tipo de triángulo es “ABC”? ¿Cuál es su área?



29. El triángulo rojo de la figura está compuesto por la diagonal del cubo, la diagonal de una cara y una arista. ¿cuántos triángulos como el descrito podemos dibujar en un cubo?

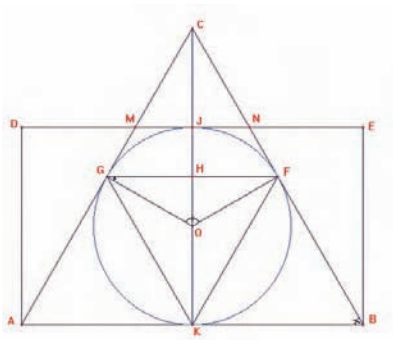


30. ¿Cuáles de las siguientes respuestas sobre “COMETAS” son ciertas?



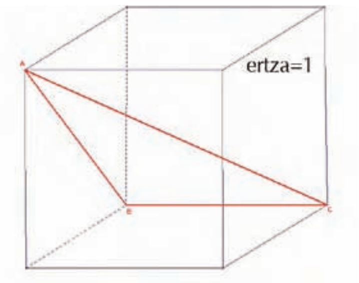
a. sólo “C” es una cometa.
b. todas pueden ser cometas.
c. sólo “B” y “D”.
d. entre “C” y “B” sólo hay una cometa.
e. todas las respuestas anteriores son falsas.

31. Si en la figura de abajo el triángulo mayor es equilátero identifica ...

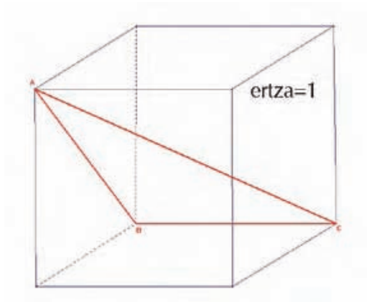


a. Todos los ángulos de 120º.
b. Segmentos que sean iguales.
c. Triángulos que sean congruentes.

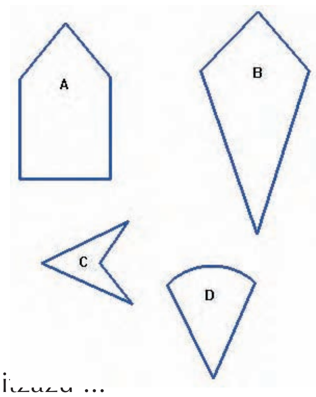
28. "ABC" hirukia, zer motatako da?. ¿Zein da bere azaleraren balioa?. Erpinaren neurketa: 1.



29. Beheko irudiko hiruki gorria kuboko diagonalaz, alboko aurpegi bateko diagonalaz eta erpin batez egina dago. aipatu dugun bezalako hirukia, zenbat egin edo aurkitu ahal dugu kuboan?

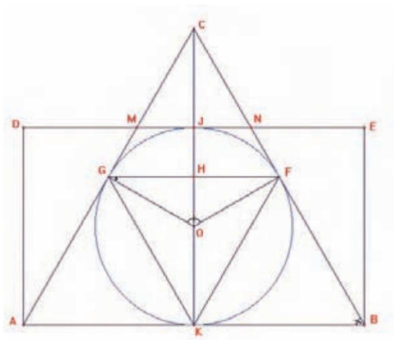


30. Datozen kometei buruzko erantzunen artean, zeintzuk dira egiazkoak?



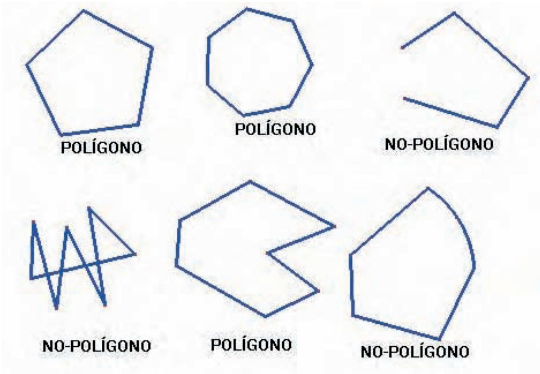
a. "C" bakarrik kometa bat da.
b. Guztiak kometak izan ahal dira.
c. "B" eta "D" bakarrik.
d. "C" eta "B"aren artean kometa bat bakarrik dago.
e. Aurreko erantzun guztiak faltsuak dira.

31. Beheko irudian, hirukirik handiena ekilateroa bada, identifika ezazu ...



a. 120ºtako angelu guztiak.
b. Berdinak daitezen segmentuak.
c. Kongruenteak daitezen hirukiak.

32. Según se describe en las imágenes de abajo. ¿qué es un polígono?



33. Las figuras “A” y “B” son un cuadrado y un rombo pero no necesariamente en ese orden. Según las siguientes respuestas, ¿quién es el rombo y quién el cuadrado?

a. Las diagonales de “A” son perpendiculares.
b. Las diagonales de “B” se cortan en su punto medio.
c. Todas las propiedades de “A” son también de “B”.
d. El área de la figura “B” se puede calcular multiplicando las longitudes de sus diagonales y dividiendo por dos.

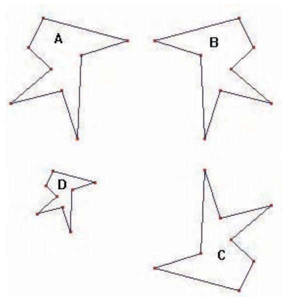
34. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa en un paralelogramo?

a. Las diagonales se bisectan.
b. La diagonal menor puede tener la misma longitud que dos de los lados paralelos.
c. Siempre se puede inscribir en una circunferencia.
d. Sólo si es un cuadrado se le puede inscribir una circunferencia.

35. A una circunferencia de centro “O” y por un punto exterior “P”, le trazamos las dos tangentes que la intersectan en “M” y “N”. Justifica la validez o no de las siguientes afirmaciones:

a. Los segmentos “PM” y “PN” tienen la misma longitud.
b. Los cuatro puntos: P, M, N y O, pertenecen a una misma circunferencia.
c. Los ángulos, en algún caso, “<PMO” y “<PNO” pueden ser “no rectos”.
d. El cuadrilátero “PMON” es siempre una cometa.

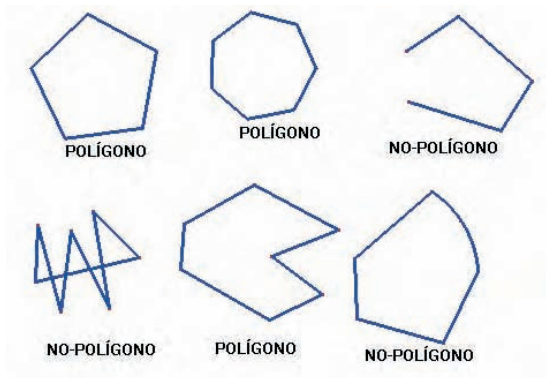
36. El rectángulo de la figura se denomina “ÁUREO”. ¿cómo se construye?



37. ¿Cuál de las siguientes respuestas NO ES CORRECTA?

a. Las figuras “A” y “B” son simétricas respecto a un eje.
b. “D” y “A” son homotéticas.
c. “C” se obtiene por un giro de “A” ó de “B”.
d. “C” también se puede obtener de “A” mediante una traslación.
e. La anterior respuesta es falsa.

32. Beheko irudietan deskribitzen denaren arabera, zer da poligonoa?



33. Bi irudi, "A" eta "B", karratu bat eta erronbo bat dira baina ez emanda nahitaez ordena horretan. datozen erantzunen arabera, zein erronbo eta zein karratua.

a. "A" irudiko diagonalak elkarzutak dira.
b. "B" irudiko diagonalak erdigunean mozten dira.
c. "A" irudiaren propietateak "B"irudiarenak izan ere.
d. "B" azalearen balioa bi diagonalen neurketak biderkatuz kalkulatu ahal dugu.

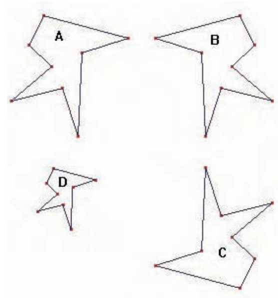
34. Beheko baietzpenetan, zein DA FALTSUA paralelogramo batean?

a. Diagonalak erdibitzen dira.
b. Diagonala txikiak bi alde papaleloek duten luzera bedina izan ahal du.
c. Zirkunferentzi bat beti inskribitu ahal da.
d. Karratu baten kasuan bakarrik zirkunferentzi bat inskribitu ahal zaio.

35. "O" zentruko zinkunferebtzi bati, eta "P" kanpoko puntu batetik, bi ukitze-lerro zuzenak egiten dizkiogu, "M" eta "N" ukitze-puntuak izanik. Datozen erantzunen baliotasuna edo ez-baliotasuna froga ezazu.

a. "PM" y "PN" segmentuek luzera bera daukate.
b. Lau puntuak: P, M, N y O, zinkunferentzi berean daude.
c. Kasuren bat, "<PMO" y "<PNO" angeluek "ez zuzenak" izan ahal dute.
d. "PMON" laukia kometa bat beti izaten da.

36. Beheko laukizuzena "AUREOA" deitzen da. ¿Nola egin dezakegu?



37. ¿Datozen erantzunen artean zein EZ DA EGOKIA?

a. "A" y "B" irudiak ardatz bati dagokionez simetrikoak dira.
b. "D" y "A" irudiak homotetikoak dira.
c. "A" edo "B" irudiak biratzerakoan "C" lortzen da.
d. "A" irudiaren traslazio baten bidez "C" ere lor daitezke.
e. Aurreko erantzuna faltsua da.

38. Tenemos dos figuras geométricas "A" y "B". Si "B" tiene todas las propiedades de "A", entonces ...

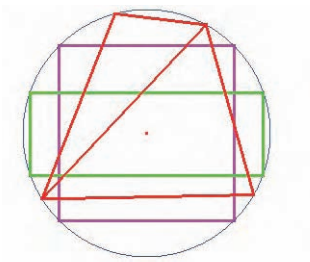
a. La definición de "A" es válida también para "B".

b. Una no-propiedad de "A" es también una no-propiedad de "B".

c. "B" tendrá más propiedades que "A".

d. Puede ocurrir que exista otra figura "C", ENTRE "A" y "B", es decir, que "B" tenga todas las propiedades de "C", y "C" todas las de "A".

39. En una circunferencia puedo inscribir ...



a. Un cuadrado.

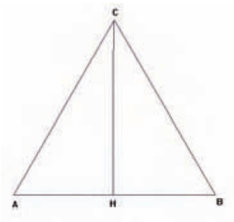
b. Cualquier rectángulo.

c. Dos triángulos con un lado común.

d. En general cualquier cuadrilátero.

e. Las dos últimas respuestas son falsas.

40. Si el lado del triángulo equilátero mide 4 cm. Calcular las medidas de ...



a. Su altura.

b. El radio del círculo inscrito.

c. Su área.

d. El radio del círculo circunscrito.

e. El volumen del cono que genera al girar 180º sobre su altura.

38. Bi irudi geometriko baditugu. “A” eta “B”, hain zuzen ere. “A”-ren propietate guztiak “B”-k ere badute, orduan ...

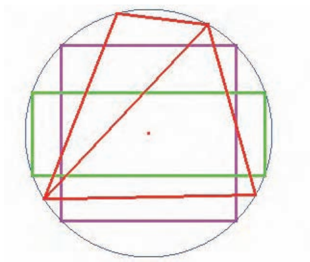
a. “A”ren definizioa “B” irudiarentzako ere baliozkoa da.

b. “A”ren ez-propietate bat “B”ren ez-propietate bat ere bada.

c. “B”-k propietate gehiago izango du “A”-k baino.

d. beste “C” irudi bat egon daiteke “A” eta “B”ren artean , hau da, “B”-k “C”ren propietate guztiak ditzagula, eta “C”-k “A”ren guztiak.

39. Zirkunferentzi batean inskribitu dezakegu ...



a. Karratu bat.

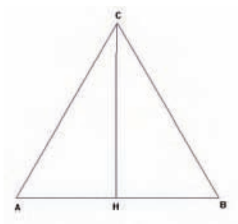
b. Edozein laukizuzen.

c. Bi alde bera batekiko hiruki.

d. Oro har bi lauki.

e. Bi azken erantzun hauek faltsuak dira.

40. Hiruki ekilateroko aldeak 4 cm neurtzen badu. kalkula eitzazu hurrengo neurketak ...



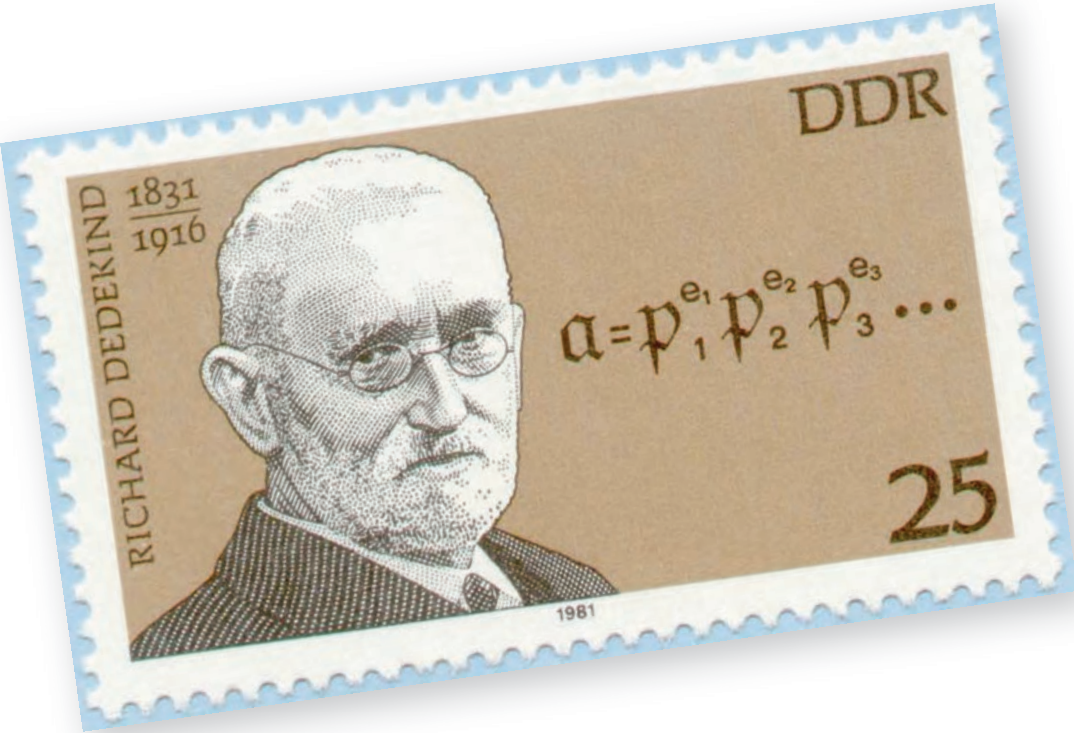
a. Bere altuera.

b. Zirkulu inskribatuko erradioa.

c. Bere azalera.

d. Zirkulu zirkunskribatuko erradioa.

e. Altueraren inguruan 180ºtako biraketa egin ondoren sortzen den konoaren bolumena.


DDR
RICHARD DEDEKIND
1831
1916
$\mathfrak{a} = \mathfrak{p}_1^{e_1}\mathfrak{p}_2^{e_2}\mathfrak{p}_3^{e_3}\cdots$
25
1981