



**HEZKUNTZA SAILA**  
**DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN**

**2020ko EPEa. BIGARREN HEZKUNTZA**

**OPE 2020. ENSEÑANZA SECUNDARIA**

**ESPEZIALITATEA / ESPECIALIDAD: MATEMATIKA / MATEMÁTICAS**



### 1. GALDERA (2 p)

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  matrizea izanik, non  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $a + d = -1$  eta  $ad - bc = -2$ .

$\{A, I\}$ ,  $E$  bektore-espazioaren sistema sortzailea da.

- Lortu  $\dim E$ . (0,2 p)
- Frogatu  $A^2 + A - 2I = 0$ . Ondorioztatu  $A^{-1} \in E$  (0,6 p)
- Frogatu matrizeen arteko biderketa  $E$  bektore-espazioan barne-eragiketa dela. (0,4 p)
- Aurkitu  $X^2 = X$  berdintza egiaztatzen duten  $E$  bektore-espazioko  $X$  matrize guztiak. Matrize horiek alderantzizkorik ba al dute? (0,8 p)

### 2. GALDERA (2 p)

Izan bedi  $p(n) \equiv 1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{8}(2n+1)^2$  proposizioa

- $p(k)$  egia bada  $k \in \mathbb{N}$  denean, frogatu  $p(k+1)$  ere egia dela. (0,7 p)
- "Indukzioa erabiliz,  $p(n)$  egia dela ondorioztatzen da,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ". Kritika ezazu aurreko baieztapena. (0,6 p)
- Bihurtu  $p(n)$  berdintza, benetako desberdintza izan dadin  $\forall n \in \mathbb{N}$ . (0,7 p)

### 3. GALDERA (1,5 p)

Zenbatekoak dira hipotenusari dagokion erdibidekoa katetoen batezbesteko geometrikoa duen triangelu angeluzuzenaren angelu zorrotzak?

### 4. GALDERA (2,5 p)

Har dezagun  $f(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt{t^4 - t^2 + 1}}$   $x \in [0, \infty)$

- Kalkulatu  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  (1,3 p)
- Aztertu  $f(x)$  funtzioaren hazkundea eta mutur erlatiboak. Informazio hori erabiliz, egin  $y = f(x)$  funtzioaren adierazpen grafikoaren zirriborroa. (1,2 p)



## 5. GALDERA: PLANTEAMENDU DIDAKTIKOA (2 p)

Ondorengo buruketa abiapuntutzat hartuta, proiektu txiki bat planteatuko dugu ikasgelan.

12 dortokako lasterketa batean, bakoitzak 1etik 12ra bitarteko zenbaki bat du. Bi dado botatzen dira, balioak batu eta zenbaki hori duen dortokak aurrera pauso bat egiten du. Saiakuntza hori  $n$  aldiz errepikatu ondoren, urrutien iristen dena irabazlea izango da. Zeinen alde egingo zenuke apustu?

Erantzun modu zehatz eta ordenatuan:

- a) Zein mailalara egokituko zenuke proiektu hori? Curriculumeko zein eduki-multzoekin erlazionatuko zenuke? Deskribatu ikastaldearen ezaugarriak. (0,4 p)
- b) Proposa itzazu jarduera honekin lortu nahi dituzun hiru helburu. (0,4 p)
- c) Aukera ezazu helburu horietako bat. Eman helburu hori lortzeko metodologia bat eta proposatu bi jarduera ezberdin. (0,4 p)
- d) Azaldu landu daitezkeen zeharkako bi kompetentzia. (0,4 p)
- e) Zehaztu c) ataleko helburuari dagozkion hiru ebaluazio adierazle eta azaldu nola kalifikatuko zenituzkeen. (0,4 p)



### PREGUNTA 1 (2 p)

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  siendo  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , con  $a + d = -1$  y  $ad - bc = -2$ .

Sea  $E$  el espacio vectorial que tiene  $\{A, I\}$  como sistema generador.

- Hallar  $\dim E$ . (0,2 p)
- Comprobar que  $A^2 + A - 2I = 0$ . Deduce que  $A^{-1} \in E$  (0,6 p)
- Demostrar que el producto de matrices es una operación interna en el espacio vectorial  $E$ . (0,4 p)
- Encontrar todas las matrices  $X$  del espacio vectorial  $E$  que verifican la igualdad  $X^2 = X$ . ¿Estas matrices son inversibles? (0,8 p)

### PREGUNTA 2 (2 p)

Sea la proposición  $p(n) \equiv 1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{8}(2n+1)^2$

- Probar que si  $p(k)$  es cierta para  $k \in \mathbb{N}$ ,  $p(k+1)$  también es cierta. (0,7 p)
- Critíquese la afirmación: "de la inducción se sigue que  $p(n)$  es cierta  $\forall n \in \mathbb{N}$ ". (0,6 p)
- Transfórmese la igualdad  $p(n)$  en una desigualdad que sea cierta  $\forall n \in \mathbb{N}$ . (0,7 p)

### PREGUNTA 3 (1,5 p)

¿Cuáles son los ángulos agudos de un triángulo rectángulo cuya mediana correspondiente a la hipotenusa es la media geométrica de los catetos?

### PREGUNTA 4 (2,5 p)

Sea la función  $f(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt{t^4 - t^2 + 1}}$   $x \in [0, \infty)$

- Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  (1,3 p)
- Analiza la monotonía de la función  $f(x)$  y sus extremos relativos. Utilizando la información anterior, haz un esbozo de la gráfica de la función  $y = f(x)$ . (1,2 p)



### **PREGUNTA 5: PLANTEAMIENTO DIDÁCTICO (2 p)**

A partir de la siguiente situación plantearemos un pequeño proyecto en el aula.

En una carrera de 12 tortugas, cada una tiene un número del 1 al 12. Se lanzan dos dados y se suman los valores. La tortuga que tiene por número este resultado avanza una casilla. Tras repetir  $n$  veces este ensayo, la que llegue más lejos será la ganadora. ¿Por qué tortuga apostarías?

Responda, de manera concisa y ordenada:

- a) ¿En qué nivel plantearía dicho proyecto? ¿Con qué bloques de contenidos curriculares lo relacionaría? Describa las características del grupo de alumnos/as. (0,4 p)
- b) Proponga tres objetivos relacionados con este proyecto. (0,4 p)
- c) Seleccione uno de estos objetivos, aporte una metodología para alcanzarlo y describa dos actividades diferentes. (0,4 p)
- d) Exponga dos competencias transversales que se puedan trabajar en este proyecto. (0,4 p)
- e) Determine tres indicadores de evaluación correspondientes al objetivo del apartado c) y explique cómo los calificaría. (0,4 p)