

HEZKUNTZA Saila
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

2018ko EPEa. BIGARREN HEZKUNTZA ETA LANBIDE HEZIKETA

OPE 2018. ENSEÑANZA SECUNDARIA Y FORMACIÓN PROFESIONAL

ESPEZIALITATEA / ESPECIALIDAD:

MATEMATIKA / MATEMÁTICAS

1.- (Gehienez 2 puntu). Izan bedi koordinatu ardatzen alde positiboek eta $y = 2 \cos x$ kurbak, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ izanik, zehazten duten R eskualdea. Aurkitu a parametroaren balioa $y = a \sin x$ kurbak R eskualdea azalera bereko bi zatitan banatzeko.

2.- (Gehienez 2 puntu). Izan bedi p zenbaki lehena. Zehaztu $k \in \mathbb{Z}$ zenbaki oso guztiak, $\sqrt{k^2 - kp}$ zenbaki oso ez negatiboa izateko.

3.- (Gehienez 2 puntu). ABC triangelu zorrotz baten altuerak H ortozentroan ebakitzen dira. Badakigu $\overline{AB} = \overline{CH}$ dela. Zehaztu \widehat{BCA} angeluaren balioa.

4.- (Gehienez puntu 1). Edozein n zenbaki arruntarentzat $A_n = 2^n + 2^{2n} + 2^{3n}$ definitzen da.

- i. Frogatu n -ren balio guztientzat A_{n+3} kongruente A_n , 7 moduluz dela.
- ii. Aurkitu n -ren zein balioentzat A_n , 7 zenbakiaz zatigarria den (erabili aurreko emaitza).

5.- (Gehienez puntu 1). Hurrengo murrizketak emanda,

$$-x + y < 3$$

$$3x + y > 3$$

$$y < \frac{4}{x}$$

$$2x - y < 7$$

Zein da zoriz aukeratutako puntu baten koordinatu biak positiboak izateko probabilitatea? Eta bi koordinatuak zenbaki osoak izateko?

6.- (Gehienez 2 puntu). DBH-ko zure ikasleekin **Pi eguna** (martxoak 14) ospatu nahi duzu, eta horretarako *Buffon-en orratz*-era jo duzu.

Buffon-en orratza, George Louis Leclerc, Buffon-go Kondeak, matematikari eta naturalista frantsesak 1773an planteatutako problema matematiko klasiko bat da.

Orri bat marra paraleloz betetzen da non berauen arteko distantzia orratz baten luzera baino handiagoa den. Orri honen ganean orratz kopuru bat botatzen da eta hauetariko zenbatek marrak zenbat aldiz ebakitzen dituzten zenbatzen da. Botatako orratz kopurua 2 zenbakiaz biderkatu eta zenbatutako orratzen arteko zatidura egitean Pi zenbakiaren hurbilpen bat lortzen da.

Frogapen matematikoa alde batera utzita eta **problema hau ildo nagusizat hartuta**, egun honetarako proiektu txiki bat planteatuko dugu ikasgelan.

Erantzun, modu zehatz eta ordenatuan, ondokoak:

1. Zein mailatan planteatuko zenuke proiektu hau eta curriculumeko zein atalekin erlazionatuko zenuke?
2. Proposatu proiektu honekin erlazionatuta dauden hiru helburu.
3. Proposatu lankidetzaren metodologian oinarritutako hiru jarduerak.
4. Zein izango litzateke ikasleek sortu beharreko azken produktua?
5. Proposatu aurretik planteaturiko helburuetariko bati dagozkion hiru ebaluazio adierazle.
6. Proiektuan zehar bi ikasle eztabaidan hasi dira eta larriki elkar jo dira. Adierazi eman beharreko bi pausu.

1.- (Máximo 2 puntos). Sea la región R del plano definida por la parte positiva de los ejes de coordenadas y la curva $y = 2 \cos x$ para $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Hallar el valor del parámetro a para que la curva $y = a \sin x$ divida la región R en dos partes de igual área.

2.- (Máximo 2 puntos). Sea p un número primo. Determinar todos los enteros $k \in \mathbb{Z}$ tales que $\sqrt{k^2 - kp}$ sea un número entero no negativo.

3.- (Máximo 2 puntos). Las alturas de un triángulo acutángulo ABC se cortan en el ortocentro H . Se sabe que $\overline{AB} = \overline{CH}$. Determina el valor del ángulo \widehat{BCA} .

4.- (Máximo 1 punto). Para cada n número natural se define $A_n = 2^n + 2^{2n} + 2^{3n}$.

- i. Demostrar que para cualquier valor de n , A_{n+3} es congruente con A_n módulo 7.
- ii. Encontrar para qué valores de n se verifica que A_n es divisible por 7 (utilizar el resultado anterior).

5.- (Máximo 1 punto). ¿Cuál es la probabilidad de que un punto elegido al azar que cumpla las siguientes restricciones

$$\begin{aligned} -x + y &< 3 \\ 3x + y &> 3 \\ y &< \frac{4}{x} \\ 2x - y &< 7 \end{aligned}$$

tenga las dos coordenadas positivas? ¿Y qué las dos coordenadas sean números enteros?

6.- (Máximo 2 puntos). Quieres celebrar **el día de Pi** (14 de marzo) con tu alumnado de la ESO, y para ello recurras a la *aguja de Buffon*.

La **aguja de Buffon**, un clásico problema planteado por el matemático y naturalista Georges Louis Leclerc, conde de Buffon en 1773.

En una hoja se dibujan líneas paralelas a una distancia mayor que la longitud de una aguja dada. Sobre esta hoja se deja caer un número de agujas y se cuentan cuántas de éstas cortan alguna de las líneas paralelas dibujadas. Si se multiplica por dos el número de agujas lanzadas y se divide por el número de las que cortan alguna de esas paralelas, se obtiene un valor aproximado del número Pi.

Dejando aparte su demostración matemática, planteamos un pequeño proyecto en el aula para este día **tomando como hilo conductor este problema**.

Responde, de forma concisa y ordenada, lo siguiente:

1. ¿En qué nivel plantearías este proyecto y cómo la relacionarías con el currículo de matemáticas de ese nivel?
2. Propón tres objetivos relacionados con este proyecto.
3. Propón tres actividades con una metodología colaborativa.
4. ¿Cuál sería el producto final que tendría que elaborar el alumnado?
5. Propón tres indicadores de evaluación relacionados con uno de los objetivos planteados anteriormente.
6. A lo largo del proyecto, dos alumnos/as han empezado a discutir y se han agredido gravemente. Indica dos actuaciones a seguir.