

## OINARRIZKO ERAGIKETA MATEMATIKOEN HITZEZKO ADIERAZPIDEA

MARTXEL ENSUNZA, Fisika Teorikoa eta Zientziaren Historia Saila, EHU

JOSE RAMON ETXEBARRIA, Fisika Saila, UEU

JAZINTO ITURBE, Kimika Fisikoa Saila, EHU

### Laburpena:

Artikulu honetan era praktikokoan azaltzen dira oinarrizko eragiketa matematikoen hitzezko irakurbiderako esamoldeak. Irakaskuntza arautua duten hizkuntzen kasuan, esamolde horiek guztiz normalizaturik daude. Baina oraindik irakaskuntza arautuan bide laburra egin duten hizkuntzetan, ahalegin handiak egin dira forma erabat normalizatuak lortzeko. Euskararen kasua horrelakoa izanik, artikulu honetan normalizazioarako bidean nahikoa finkaturik dauden esamoldeak aurkezten dira. Hain zuzen, oinarrizko eragiketa bakoitzari dagokionez, honako puntu hauek landu dira: eragiketa adierazteko ikurren izenak eta esamoldeak, eragiketako elementuen izenak, eta eragiketaren adierazpide mintzatua edo irakurbidea. Azalpena osatzeko, kasuan kasuko adibideak ere aurkeztu dira. Artikuluaren bigarren atalean polinomien arteko eragiketak azaldu dira, horien kasurako egokiak diren irakurbideei buruzko adibideak adieraziz.

### Resumen:

En este artículo se explican de forma práctica las pautas para la lectura de las operaciones fundamentales. Las forma lingüísticas utilizadas están totalmente normalizadas en los idiomas con tradición de enseñanza reglada. Pero en las lenguas recientemente llegadas a ese tipo de enseñanza, se han llevado a cabo esfuerzos notables para conseguir las formas normalizadas correspondientes. Siendo ese el caso del euskara, en este artículo se presentan algunas formas que se consideran actualmente totalmente establecidas para la normalización. Así pues, en referencia a cada una de las operaciones fundamentales, se presentan los siguientes puntos normativos: nombres y frases para expresar los símbolos de la operación, nombres de los elementos, y expresiones habladas y lectura de las operaciones. Para completar la exposición, se presentan ejemplos correspondientes a cada operación. En un segundo apartado se explican las operaciones fundamentales entre polinomios, poniendo ejemplos de lectura de los mismos.

Mota desberdinetako eragiketa matematikoak daude, ikasgelan behin eta berriro burutu-beharrekoak. Tradizionalki eskolan ikasi ditugu guk eragiketa horiek adierazteko behar-beharrezkoak diren esamoldeak; baina euskaraz dihardugun irakasle gehienok, gaztelaniaz —edo frantsesez— ikasi ditugu forma horiek. Horrexegatik gutariko askok ez dugu ohiturarik euskaraz egiteko. Izan ere, euskaraz ohitura hori landu gabe egon da; alegia, ez zenbakiak ez eta eragiketak ere ez dira normaltasunez euskaraz landu eskolan, azken urteotara iritsi arte, alegia, euskarazko irakaskuntza normaldu arte.

Gure artean, ohitura hori azken hogeita bost/hamar urteotan landu da, Euskaltzaindiak bere lehenengo arauak ematen hasi zenetik hona, eta lehentxoagotik ere. Horretan hiru liburu aipatuko ditugu, lehenengoa abiapuntu modura —zenbait bide irekita utzi baitzuen— eta bigarrena praktikotasunari begira lehenengo oinarri modura. Hain zuzen, artikulu honetan landuko ditugun esamolde gehienak liburu hauetatik hartuak dira:

- Euskaltzaindia, (1975): *Zortzi urte arteko Ikastola Hiztegia*, (separata), *EUSKARA XXX*, Donostia.
- Zalbide, M. (1978): *Matematika. Hiztegia, hizkera, irakurbideak, Jakin-UZEI*, Zarautz.
- Ensunza, M. (1983): *Alfabetatze Zientifikoa. Zenbakiak / unitateak / irakurketa / eragiketak / esamoldeak*, UEU, Iruñea. [Liburu honek hiru argitalpen izan ditu, UEUn bertan (1984 eta 1987. urteetan beste biak)].

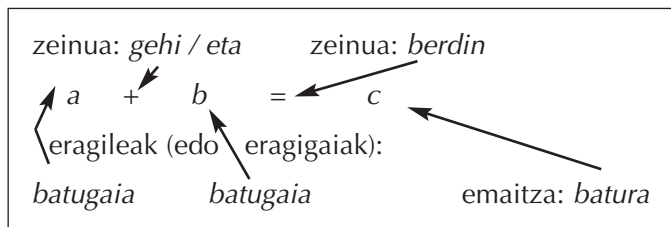
Berriki, artikulu honen egileetako batek (M. E.) gai hori zabalago landu du bere doktorego-tesian, eta horrek bidea eman digu hona ekartzeko. Hortaz, diogun ezen kasu guztietan tesilan horretan emandako arauak izango ditugula kontuan, gaur eguneko idazkera estandarra erabiliz, nahiz eta, hizkuntzari dagokionez, hizkuntza tekniko-zientifikoaren eremuan sartuko garen erabat, zenbait kasutan hizkuntza arrunt estandarreko egiturak eta joskerak gaindituz. Hain zuzen, artikulu honetan eskolarako “eredu tekniko-zientifiko estandarra” azalduko dugu.

Aztertuko ditugun eragiketak honako hauek dira: batetik, oinarrizko eragiketak (batuketa, kenketa, biderketa eta zatiketa) eta bestetik, Batxilergoan eta Derrigorrezko Bigarren Hezkuntzan behin eta berriro agertzen diren bestelako eragiketa batzuk (berreketa, erroketa eta logaritmoen erabilera). Kasu bakoitzean honako elementuak aztertuko ditugu: ikurrak eta esamoldeak, eragiketako elementuen izenak (eragigaiak, emaitza...), eragiketen adierazpide mintzatua edo irakurbidea (alegia, arbelean gabiltzanean, hitzez adieraztean edo eragiketak diktatzean darabilguna) eta, azkenik, adibideak.

Besterik gabe, hona hemen banan banan.

## 1. BATUKETA

Aditza: *batu*

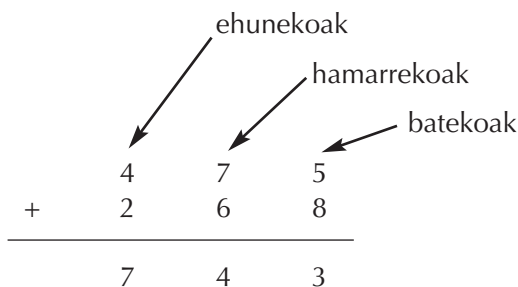


**Irakurbidea:** *a gehi b berdin c*

$$3 + 2 = 5$$

hiru gehi bi berdin bost

**Adibidea:**

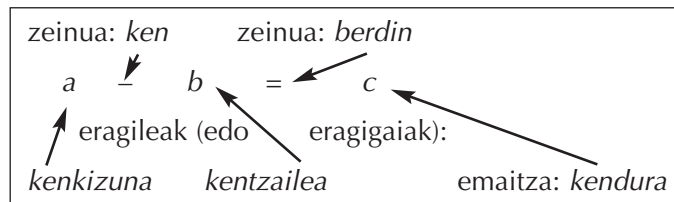


Adibideko irakurbidea:

- a) Batekoen batuketa: bost gehi (/ eta) zortzi (berdin) hamahiru; hiru, bururako bat.
- b) Hamarrekoen batuketa: buruko bat gehi (/ eta) zazpi (berdin) zortzi, gehi (/ eta) sei (berdin) hamalau; lau, bururako bat.
- c) Ehunekoen batuketa: buruko bat gehi lau berdin bost, gehi bi berdin zazpi.

## 2. KENKETA

Aditza: *kendu*



**Irakurbidea:** *a* ken *b* berdin *c*

$$3 - 2 = 1$$

hiru ken bi berdin bat

– Zenbaki positibo eta negatiboekin:

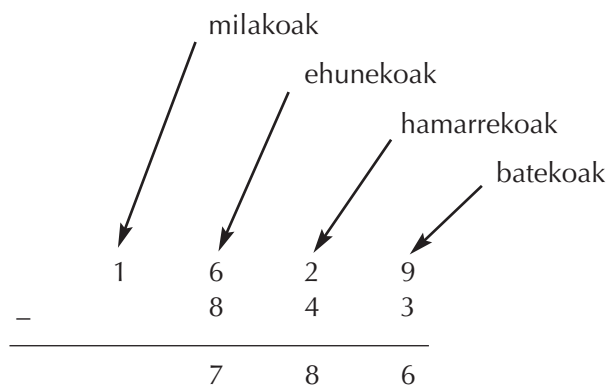
$$5 - 2 = 3 \quad \text{edo} \quad 5 - (+2) = 3$$

bost ken plus bi berdin hiru

$$6 - 4 = 10 \quad \text{edo} \quad 6 - (-4) = 10$$

sei ken minus lau berdin hamar

**Adibidea:**



**Irakurbidea:**

- a) Batekoen kenketa: bederatzi ken hiru (berdin) sei; sei.
- b) Hamarrekoen kenketa: bi ken lau ezin da; hamabi ken lau (berdin) zortzi; zortzi, (eta) bururako bat.

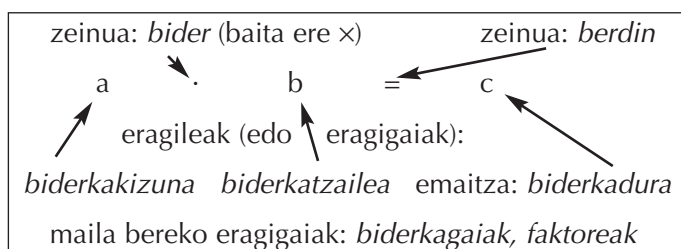
- c) Ehunekoen kenketa: sei ken buruko bat (berdin) bost; hamabost ken zortzi (berdin) zazpi; zazpi, eta bururako bat.
- d) Milakoen kenketa: bat ken buruko bat (berdin) zero.

Nolanahi den, beste era honetara ere egin daiteke, gaztelaniazko ohitura kontuan edukiz. Guk geuk ez dugu erabakirik hartu kasu honi dagokionez, eta irakurbide biak jo ditugu ontzat.

- a) Batekoen kenketa: hirutik bederatzira, sei; sei.
- b) Hamarrekoen kenketa: lautik bira ezin da; lautik hamabira, zortzi; zortzi, bururako bat.
- c) Ehunekoen kenketa: buruko bat eta zortzi, bederatziz; bederatzitik hamaseira, zazpi; zazpi, bururako bat.
- d) Milakoen kenketa: buruko bat; batetik batera, zero (ez dut ezer idazten).

### 3. BIDERKETA

Aditza: *biderkatu* (hemen ez da #*bidertu* erabiltzen)



**Irakurbidea:**            **a bider b berdin c**

**Adibidea:**

	4	5	3		
x	2	6	1		
	4	5	3	' batekoaren biderkadura partziala	
2	7	1	8	' hamarrekoren biderkadura partziala	
9	0	6		' ehunekoaren biderkadura partziala	
1	1	8	2	3	3

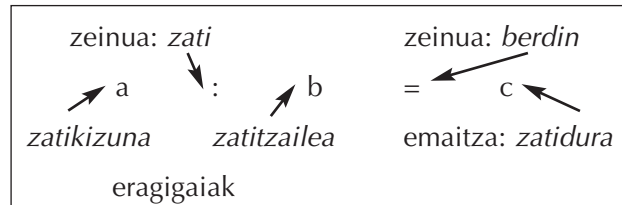
**Irakurbidea:**

- a) Batekoaren biderkadura partziala: bat bider hiru berdin hiru; bat bider bost berdin bost; bat bider lau berdin lau.
- b) Hamarrekoaren biderkadura partziala: sei bider hiru berdin hamazortzi, zortzi, bururako bat; sei bider bost hogeita hamar, gehi buruko bat, hogeita hamaika, bat, bururako hiru; sei bider lau berdin hogeita lau, gehi buruko hiru, hogeita zazpi.
- c) Ehunekoaren biderkadura partziala: bi bider hiru berdin sei; bi bider bost berdin hamar, zero, bururako bat; bi bider lau berdin zortzi, gehi buruko bat, bederatziz.

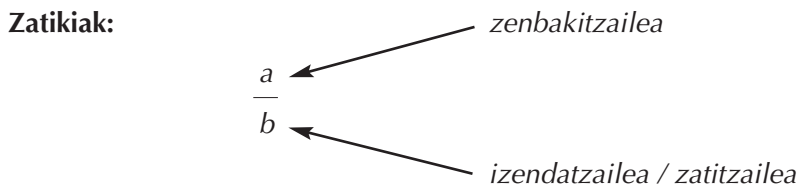
- d) Biderkadura partzialen batura: hiru; bost gehi zortzi berdin hamahiru, hiru, bururako bat; buruko bat gehi lau berdin bost, gehi bat berdin sei, gehi sei berdin hamabi, bi, bururako bat; buruko bat gehi zazpi berdin zortzi; bi gehi bederatz berdin hamaika.

## 4. ZATIKETA

Aditza: *zaitu*



**Irakurbidea:**     **a zati b berdin c**



**Zenbait erabilpen berezi:**

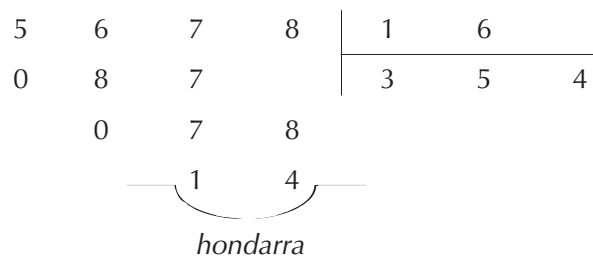
*izendatzaile komuna:* 'denominador común'

*zatitzaile komunetan handiena (z.k.h. / zkh):* 'máximo común divisor'

*izendatzaile komunetan txikiena (i.k.t. / ikt):* 'mínimo común denominador'

*multiplo komunetan txikiena (m.k.t. / mkt):* 'mínimo común múltiplo'

**Adibidea:**



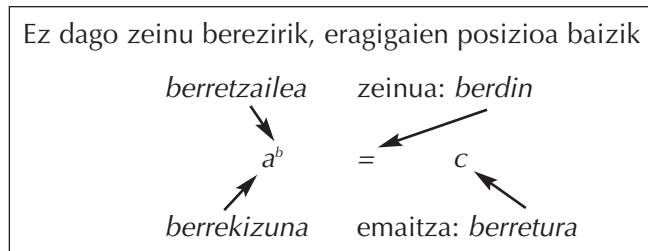
**Irakurbidea:**

- a) Lehenik bi zifra hartuko ditut; berrogeita hamasei zati hamasei, hiru; hiru bider sei berdin hamazortzi; hamazortzitik hogeita seira, zortzi, eta bururako bi; hiru bider bat hiru, buruko bi eta hiru bost, bostetik bostera zero.
- b) Jaitsi hurrengo zifra, zazpia; laurogeita zazpi zati hamasei, bost; bost bider sei berdin hogeita hamar; hogeita hamarretik hogeita hamazazpira, zazpi, eta bururako hiru; bost bider bat bost; bost eta buruko hiru berdin zortzi; zortzitik zortzira, zero.
- c) Jaitsi hurrengo zifra, zortzia; hirurogeita hamazortzi zati hamasei, lau; lau bider sei berdin hogeita lau; hogeita lautik hogeita zortzira, lau, eta bururako bi; lau bider bat berdin lau, eta buruko bi berdin sei; seitik zazpira bat.

d) Amaitu da zatiketa. Zatidura hirurehun eta berrogeita hamalau; baina zatidura ez da zehatza; hondarrak hamalau balio du.

## 5. BERREKETA

Aditza: *berretu*



**Irakurbidea:**        ***a* ber *b* berdin *c***

Euskaltzaindiak definizio hau eman du bere hiztegi batuan:

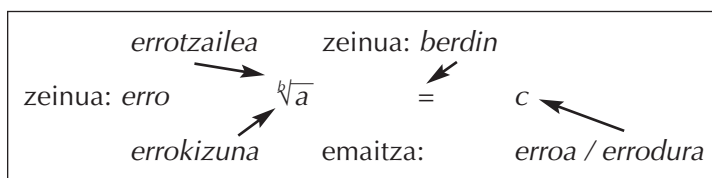
**berretu**, berret(u), berretzen. *du* ad. 1 *Zah.* ‘emendatu, gehitu’. 2 *Mat.*: ‘zenbaki bat (berrekizuna) beste zenbaki batek (berretzaileak) adierazten duen adina aldiz bere buruarekin biderkatu’.

**Adibideak:**

- $a^2$         *a* ber bi / *a* karratu
- $a^3$         *a* ber hiru / *a* kubo
- $5 \cdot 10^4$     bost bider hamar ber lau
- $7 \cdot 10^{-7}$     zazpi bider hamar ber minus zazpi

## 6. ERROKETA

Aditza: *erroak lortu, erroak atera, errotu*



**Irakurbidea:**        ***b*-erro *a* berdin *c***

**Adibideak:**

$\sqrt[4]{16} = 4$     bi-erro hamasei berdin lau / erro karratu hamasei berdin lau / erro hamasei berdin lau

$\sqrt[3]{27} = 3$     hiru-erro hogeita zazpi berdin hiru / erro kubiko hogeita zazpi berdin hiru

## 7. LOGARITMOAK

$$\log_a b = x$$

oinarria

$$b = a^x$$

**Irakurbidea:** logaritmo  $a$ -oinarrrian  $b$  berdin  $x$  (hots,  $b$  berdin  $a$  ber  $x$ )

**Adibideak:**

Mota desberdineko oinarriak, mota desberdineko logaritmoak. Mota nagusiak:

$$a = 10 \quad \text{logaritmo hamartarrak} \quad x = \log_{10} b$$

$$a = e \quad \text{logaritmo nepertarrak} \quad x = \log_e b = \ln b = L b$$

**Oharra:** Matematikan eta Fisikan, askotan, "log" hutsa idaztean logaritmo nepertarra adierazi ohi da. Informatikan eta Informazioaren Teorian logaritmo bitarra adierazi ohi da era horretan.

## 8. POLINOMIOEN ARTEKO OINARRIZKO ERAGIKETA MATEMATIKOAK

Polinomioen arteko eragiketa matematikoak zenbakiekin arteko eragiketen era berean irakurtzen dira. Desberdintasun bakarra hauxe da: unitateak, hamarrekoak, ehunekoak... erabili beharrean, maila<sup>(1)</sup> desberdineko monomioak kontsideratu behar dira. Horrela, eragiketarik monomioka ordenatuz, gainerako eragiketarik zenbakien artekoenak bezalakoak dira. Adibide modura, lau oinarrizko eragiketen kasu batzuk aurkeztuko ditugu:

### 8.1. POLINOMIOEN ARTEKO BATUKETA

Egin dezagun ondoko bi polinomioen batuketa:

$$P_1(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 + 3x$$

$$P_2(x) = 13x^5 + x^4 + 9x^3 + 3x^2 + 5$$

Era honetan antolatuko dugu batuketa:

$$\begin{array}{r} 4x^5 \qquad \qquad \qquad + 2x^3 \qquad + x^2 \qquad + 3x \\ + \\ 13x^5 \qquad + x^4 \qquad + 9x^3 \qquad + 3x^2 \qquad \qquad + 5 \\ \hline 17x^5 \qquad + x^4 \qquad + 11x^3 \qquad + 4x^2 \qquad + 3x \qquad + 5 \end{array}$$

**Irakurbidea:**

- Zenbakizko gaien (zerogarren mailako gaien) batuketa partziala: (zero gehi bost berdin) bost.
- Lehen mailako monomioen batuketa partziala: ixa duten gaien batura: hiru ixa.
- Bigarren mailako monomioen batuketa partziala:  $x^2$  duten gaien batura: bat gehi hiru, berdin lau, lau ixa karratu; lau ixa ber bi, edo ixa ber bi gehi hiru ixa ber bi berdin lau ixa ber bi, edo ixa karratu gehi hiru ixa karratu berdin lau ixa karratu.

- d) Hirugarren mailako monomioen batuketa partziala: bi gehi bederatzi, berdin hamaika, hamaika ixa kubo, edo bi ixa ber hiru gehi bederatzi ixa ber hiru, berdin hamaika ixa ber hiru, edo bi ixa kubo gehi bederatzi ixa kubo, berdin hamaika ixa kubo.
- e) Laugarren mailako monomioen batuketa partziala: ixa ber lau.
- f) Bosgarren mailako monomioen batuketa partziala: lau gehi hamahiru berdin hamazazpi, hamazazpi ixa ber bost, edo lau ixa ber bost gehi hamahiru ixa ber bost, berdin hamazazpi ixa ber bost.

## 8.2. POLINOMIOEN ARTEKO KENKETA

Egin dezagun ondoko bi polinomioen arteko kenketa:

$$P_1(x) = 8x^4 - x^3 + 2x^2 + 5x - 1$$

$$P_2(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x - 9$$

Era honetan antolatuko dugu kenketa:

$$\begin{array}{r} 8x^4 - x^3 + 2x^2 + 5x - 1 \\ - \quad 3x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x - 9 \\ \hline 5x^4 + 3x^3 \quad / \quad -2x + 8 \end{array}$$

**Irakurbidea:**

- a) Zenbakizko gaien (zerogarren mailako gaien) kenketa partziala: minus bat ken minus bederatzi, berdin plus zortzi.
- b) Lehen mailako monomioen kenketa partziala: bost ixa ken zazpi ixa, berdin minus bi ixa.
- c) Bigarren mailako monomioen kenketa partziala: bi ixa karratu ken bi ixa karratu, berdin zero.
- d) Hirugarren mailako monomioen kenketa partziala: minus ixa kubo ken minus lau ixa kubo, berdin plus hiru ixa kubo.
- e) Laugarren mailako monomioen kenketa partziala: zortzi ixa ber lau ken hiru ixa ber lau, berdin bost ixa ber lau.

## 8.3. POLINOMIOEN ARTEKO BIDERKETA

Egin dezagun ondoko bi polinomioen arteko biderketa:

$$P_1(x) = x^3 - 2x^2$$

$$P_2(x) = x + 3$$

Era honetan antolatuko dugu biderketa:

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 \\ \times \quad x + 3 \\ \hline 3x^3 - 6x^2 \quad ' \text{ zenbakizko gaiaren biderkadura partziala} \\ x^4 - 2x^3 \quad ' \text{ lehen mailako gaiaren biderkadura partziala} \\ \hline x^4 + x^3 - 6x^2 \end{array}$$

**Irakurbidea:**

- a) Zenbakizko gaiaren biderkadura partziala:
- hiru bider minus bi ixa karratu, berdin minus sei ixa karratu.
  - hiru bider ixa kubo, berdin hiru ixa kubo.



b) Lehen mailako gaiaren biderkadura partziala:

- ixa bider minus bi ixa karratu, berdin minus bi ixa kubo.
- ixa bider ixa kubo, berdin ixa ber lau.

c) Biderkadura partzialen batuketa:

- bigarren mailako gaien batuketa: minus sei ixa karratu.
- hirugarren mailako gaien batuketa: hiru ixa kubo gehi minus bi ixa kubo, berdin ixa kubo.
- laugarren mailako gaien batuketa: ixa ber lau.

#### 8.4. POLINOMIOEN ARTEKO ZATIKETA

Egin dezagun ondoko bi polinomioen arteko zatiketa:

$$P_1(x) = x^2 + 4x + 5$$

$$P_2(x) = x + 1$$

Era honetan antolatuko dugu zatiketa:

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 4x + 5 \quad | \quad x + 1 \\
 - \quad x^2 + \quad x \quad | \quad x + 3 \\
 \hline
 0 + 3x + 5 \quad | \quad \\
 - \quad \quad \quad 3x + 3 \quad | \quad \\
 \hline
 0 + 2 \quad | \quad
 \end{array}$$

#### Irakurbidea:

a) Bigarren mailako gaiaren zatiketa: ixa karratu zati ixa, berdin ixa.

- ixa bider ixa, berdin ixa karratu.
- ixa bider bat, berdin ixa.
- Kenketa eginez:
  - lau ixa ken ixa, berdin hiru ixa.
  - ixa karratu ken ixa karratu, berdin zero.
- 5 zenbakia jaitsi.

b) Lehen mailako gaiaren zatiketa: hiru ixa zati ixa berdin hiru

- hiru bider ixa, berdin hiru ixa.
- hiru bider bat, berdin hiru.
- Kenketa eginez:
  - bost ken hiru, berdin bi.
  - hiru ixa ken hiru ixa, berdin zero.

c) Zatidura  $(x + 3)$  da eta hondarra, 2

#### NOTAS

(1) UZEIren Matematika Hiztegian "maila" hitza hobetsi zen kontzeptu hori adierazteko, alegia polinomioen kasurako, eta guk ere horixe hobetsi dugu. Dena den, oso zabaldua dago, halaber, "gradu" hitzaren erabilera.

## SONETO PARA ELEGIR UN NÚMERO

---

Un número debo elegir, del cero al nueve.  
De buenas a primeras, quito el cero.  
El uno no me gusta : ¡Es tan austero!  
El dos, nombra doblez. Mi ser no mueve.

El tres, su trinidad, a Dios me lleve.  
El cuatro, quiere jugar al esquinero.  
El cinco, nombra suerte. Es traicionero.  
El seis, ni fu ni fa. No me conmueve.

El siete, en juventud, me hizo buen trato.  
El ocho, dobla el cero con ahínco.  
El nueve, al final, veo prolijo.

El cero, el uno, el dos, el tres, el cuatro...  
El nueve, el ocho, el siete, el seis, el cinco...  
El siete, entre los diez, es el que elijo.

**Fede Bilbao** (Algorta. Bizkaia)