

IKUR ETA ZEINU BIDEZKO ADIERAZPEN MATEMATIKOEN IRAKURBIDEAZ (*)

MARTXEL ENSUNZA, Fisika Teorikoa eta Zientziaren Historia Saila, EHU

JOSE RAMON ETXEBARRIA, Fisika Saila, UEU

JAZINTO ITURBE, Kimika Fisikoa Saila, EHU

Laburpena:

Artikulu honetan egileetako batek (M. E.) berriki aurkeztutako doktorego-tesirako lanaren berri laburtua azaltzen da, irakaskuntzan diharduten matematikarientzat guztiz interesgarria eta erabilgarria delakoan. Ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematikoen irakurbidea gai hartuta, lehenengo atalean adierazpen fisiko-matematikoen hizkera lantzeko euskaraz egindako saioen azterketa historiko-kritiko laburra egin da. Bigarren atalean, gaur egungo ikuspegia erabiliz, Fisika eta Matematikan erabiltzen den hizkuntza berezi eta berezituari buruzko zenbait hausnarketa egin dira, inguruko hizkuntzetan (ingelesa, frantsesa eta gaztelania) harturiko bideak kontuan hartuz. Hirugarren atalean adierazpen sinbolikoen irakurbiderako proposamen zehatzak egin dira, horretarako hiru arau nagusi zehaztuz, eta horien aplikaziorako baldintzak adieraziz. Amaitzeko, zenbait adibide jarri dira, arau horiek praktikan nola aplikatzen diren erakutsiz.

Resumen:

En este artículo se hace una breve referencia de la memoria de tesis doctoral presentada recientemente por uno de los autores (M. E.), considerando que puede ser de interés y utilidad para los matemático/as que trabajan en la enseñanza. Analizando el tema de la lectura de las expresiones matemáticas que contienen símbolos y signos, en el primer apartado se expone un resumen histórico-crítico de las distintas experiencias prácticas referentes al lenguaje a utilizar al leer las expresiones físico-matemáticas. En el segundo apartado se presentan algunas reflexiones sobre el lenguaje especial y especializado que se utiliza hoy en día en Física y Matemática, haciendo referencia expresa a los idiomas de nuestro entorno (inglés, francés y castellano). En el tercer apartado se presentan propuestas concretas de solución en forma de tres reglas generales, especificando su campo de aplicación. Finalmente, se presentan algunos ejemplos de aplicación de dichas reglas.

Gauza jakina denez, euskararen erabilerari dagokionez, berandu samar iritsi gara euskaldunok irakaskuntzaren eta ikerkuntzaren arloetara —gure inguruko hizkuntza ofizialetako hiztunak baino beranduago, behintzat—, eta, horren ondorioz, pauso hori ematen hasi garenean, inguruko hizkuntzetan gaingaituta eta ebatzita zeuzkaten zenbait arazo praktikorekin egin dugu topo. Horrelako arazo baten konponbiderako proposamenak aztertuko ditugu artikulu honetan: *ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematikoen irakurbidea*. Hain zuzen, ikur eta zeinu bidezko laburtzapenak eragozpenak sortzen dizkigute praktikan, eta horiek gaingaitzeko saioan, hainbat mailatako hausnarketak egin eta proposamen-sorta bat eskainiko dugu.

(*) En el siguiente número de la Revista SIGMA, se publicará un artículo continuación de éste referido al uso correcto del euskera en las operaciones básicas.

Gaia lantzeko orduan, lehenengo kezka, abiapuntua bera izan genuen. Batetik, inguruko hizkuntzetan iraganeko garaietan ibilitako bidea euskaldunok azken urteotan egin beharra izan dugu, askoz ere denbora laburragoan, gainera. Esperientzia hori izan dugu abiapuntua. Nolanahi den, bestetik, ez gara gu izan bide hori jorratzen ibilitako lehenak. Euskara bera irakaskuntzarako hizkuntza modura erabiltzen hasi zenetik —nola edo hala esateko, XX. mendearen hasieratik—, hainbat ahalegin egin dira bai hiztegi tekniko-zientifikoaren eta bai arlo horretako esamoldeen normalizaziorako bidean. Zer esanik ez, guztiz komenigarria zen gure aurrekoek eginiko ahaleginetatik abiatzea, bidean izan zituzten oztopoak zein izan ziren jakiteko, eta horien konponbiderako erabili zituzten ebazpideak kontuan hartzeko. Eta horixe egin ten saiatu gara.

Dena den, gure helburua mugatua izan da: Matematikan —eta Fisikan— erabiltzen diren nazioarteko ikur eta zeinu bidezko adierazpenek euskararen baitan izan dezaketean txertaketa finkatzea eta normalizatzea.

1. ADIERAZPEN FISIKO-MATEMATIKOEN HIZKERA LANTZEKO EUSKARAZ EGINDAKO SAIOEN AZTERKETA HISTORIKO-KRITIKO LABURRA

Euskara bera eguneratzeko eta euskararen erabilpena irakaskuntzara zabaltzeko lehen asmoak XX. mendearen hasieran abiatu ziren, geure ikerketan bilatu ditugun artikulua eta argitalpenak kontuan hartuz behintzat. Hain zuzen ere, 1901. urtean Sabino Aranek argitaraturiko artikulua batean —“Análisis y reforma de la numeración euzkérica” izenekoa— bi motatako ekarpen berritzaile ageri dira. Lehena terminologiari buruzkoa da: hor ditugu *anei* (‘mila’), *bostanei* (‘bost mila’), *anbei* (‘hamar mila’)... hitz berriak. Bestetik, euskararen zenbaki-sistema berezia —ehun zenbakira arte hogeikakoa dena— sistema hamartar huts bihurtzeko ahalegina: *berramar* (‘hogeí’), *iruramar* (‘hogeita hamar’), *lamar* (‘berrogeí’)... Egia esanda, gero harturiko bideei dagokienez, Aranaren proposamenak ez zuen arrakastarik izan, baina gutxienez aipatu beharra dagoela uste dugu, problema plazaratzean eta irtenbide bat proposatzean lehena izan baitzen.

Nolanahi den, Aranaren bultzadak beste idazle batzuk jarri zituen lanean. Adierazpen matematikoei dagokienez, aurkitu dugun lehenengo erreferentzia 1913koa dugu, hain zuzen ere Ixaka Lopez Mendizabalen liburu batena: López Mendizabal'dar Ixaka (1913): *Ume koxkorrentzat euzkaraz egindako Zenbakiztiya edo Aritmetika*, Tolosa, E. López. Liburu horretan oinarritzko eragiketak landu ziren, 1. koadroan ageri den eran:

1. koadroa.

Oinarritzko eragiketen osagaiak			
<i>batuketa</i> / <i>batuketa</i>	<i>kenduketa</i> / <i>kenketa</i>	<i>tolesketa</i> / <i>biderketa</i>	<i>zatiketa</i> / <i>zatiketa</i>
<i>batukia</i> / <i>batugaia</i>	<i>gutxitzen dana</i> / <i>kenkizuna</i>	<i>tolesten dana</i> / <i>biderkakizuna</i>	<i>zatatuba</i> / <i>zatikizuna</i>
<i>batukia</i> / <i>batugaia</i>	<i>kentzen dana</i> / <i>kentzailea</i>	<i>toleslea</i> / <i>biderkatzailea</i> (edo <i>biak biderkagaiak</i>)	<i>zatilea</i> / <i>zaticzailea</i>
<i>guziyya</i> / <i>batura</i>	<i>bitartekua</i> / <i>kendura</i>	<i>ateria</i> / <i>biderkadura</i>	<i>zatiyya</i> / <i>zaticdura</i>

Oharra: Letrakera etzanaz López Mendizabalek erabiltako formak adierazi dira eta letrakera arruntaz idatzitakoak gaur egun erabiltzen direnak.

Horrez gain, eragiketen zeinuen izenak (+ zeinua: *ta* / geroago 'gehi', 'eta'; – zeinua: *gutxi* / gaur egun 'ken'; 5 zeinua: *bider* / gaur egun 'bider'; : zeinua: [López Mendizabalek izenik ez] / gaur egun 'zati') eta horien irakurbideak ere azaldu zituen.

Bigarren erreferentzia 1920koa dugu: Bizkai-Aldundiaren Erri-Irakaskuntza-Batzordea (1920): *Lenengo ikaste mallarako euskal-zenbakiztia*, Bilbao. Interesgarria da erakunde ofizial baten parte-hartzea azpimarratzea. Dena den, mailari dagokionez, aurreko lanak bezala, "lehen maila" hartu zuela esan behar da, alegia Oinarrizko Heziketa; bestalde, oinarrizko eragiketez gain, ezer gutxi landu zen liburu hartan.

Erakundeen bultzadarekin segituz, hurrengo pausoak Euzko Ikastola Batzak eman zituen, honako bi lan hauek argitaratuz: Euzko Ikastola Batza (1932): *Zenbakiztija, I mallea*. Verdes-Atxirika'tar E'ren Irarkolea. Bilbao; Euzko Ikastola Batza (1932): *Zenbakiztija, II mallea*. Verdes-Atxirika'tar E'ren Irarkolea. Bilbao. Eta horren eraginez Espainiako argitaletxe espezifikoak ere mundu horretan sartzen hasi ziren, Bruño argitaletxeak eginiko lana lekuko: Bruño Idaztiak (1933): *Zenbakizti lengaien ikastia*, La Instrucción Popular, Madrid, Barcelona.

Gerraurreko lanen aipamena biribiltzeko, aurrekoez bereiztasun garrantzitsua duen beste liburu bi ekarriko ditugu gogora, hain zuzen ere adierazpen matematikoak beste zientzietan ere txertatzen saiatu zen lehena izan zelako. Hain zuzen, Gabirel Jauregik 1935 eta 1936. urteetan argitaraturiko *Pisia* eta *Kimia* liburuez ari gara. Liburu horietan formulak etengabe agertzen dira; baina Jauregik ez zuen esan, era zuzenean behintzat, formulak nola irakurri behar ziren, nahiz eta kasu batzuetan zertxobait haien logika azaldu eta nolabaiteko irakurketa ere egin zuen.

Gero, gerra etorri zen eta prozesu hura moztuta geratu zen. Gerraosteko isilune luzea etorri zen ondoren, harik eta hirurogeita hamarreko hamarkadan irakaskuntzaren arazoarekin loturiko testugintza serioski planteatzen hasi zen arte. Gure bilaketaren araberrako lehen liburu Luis Egiaren *Neurritzia* izenekoa da: Eguia, L. (1972): *Neurritzia*, Kardaberaz Bilduma, Kardaberaz-Bazkuna, Seminario Vitoria. Bera izan zen lehena formula, berdintza eta ekuazioen alboan horien irakurbideak zuzenean jartzen. Bere testua ikusita, laster kontura gaitezke ezen adierazpide matematiko bakoitzaren ondoren "onela irakurri:" esaldia datorrela behin eta berriro, ondoren nola irakurri behar den hitzez hitz azalduz. Seinale garbia, horretan kezka zuela eta irakurbiderako ohiturak sortu nahi zituela. Dena den, hizkuntza arruntean erabili zuen joserka, eta esamoldeen muga estuetan jokatzerak behartu zuen bere burua; horrela, behin baino gehiagotan muga horretan sortzen zitzaizkion korapiloak askatu ezinik ibili zela antzeman dezakegu. Labur esanda, liburu irakurbideen azalpen etengabea da. Baina inon ere ez zituen zehaztu irakurbiderako arauak, eta guri horrek ardura digu nagusiki. Gainera, liburu hori ez zegoen euskara batuan idatzita, eta nola edo hala gerraurreko ekoizpenarekiko lotura azpimarratu nahi izan zuen, normalizaziorako kezka alde batera utzita. Baina ordurako, bestelako bideak abiatuak zeudela esan dezakegu.

Izan ere, horren ostean, ia berehala, euskara batu eta "moderno" zerabilten bestelako lanak azaldu ziren. Lehenengo adibide modura Iker taldeak *Saioka* bilduman argitaraturiko Matematika saileko liburuak ditugu (1976, 1977 eta 1979. urteak). Adierazpen matematikoei eta sinboloen irakurbideari dagokienez, ordura arte euskarazko liburuetan sekula agertu gabeko sinbolo berriak agertu ziren, hala nola:

- ∈ -koa da
- ∉ -koa ez da; ez da ...koa
- ⊂ -(r)en barnean dago

\notin	-(r)en barnean ez dago
\cup	bil
$A \cup B$	A bil B
$A \sim B$	A eta B zenbakide dira

Antzeko sinbolo eta irakurbideak aurkitu ditugu *Larresoro* sinadurarekin garai bertsuan J. L. Alvarez Enparantza *Txillardegik* prestatu zituen liburuetan ere. Liburu hauek *Saioka* bildumako matematika-liburuaren oso antzekoak dira, bai gaiei dagokienez, eta bai erabilitako ikur eta terminologiari dagokienez ere.

Larresorok eginiko liburuetan, adierazpideen irakurbidea finkatzeko ardura ere ageri da, eta hori nabaria da, jarraian aipatuko ditugun adibideetan, adierazpen sinbolikoen ondoren hitz arrunten bidezko esamoldeak baitatuz:

$A \setminus B$	A ken B
$X \supset E$	X ebak E
\emptyset	multzo hutsa
$D = A \circ B$	D berdin A bil B
$D = A \supset B$	D berdin A ebak B
$D = A \setminus B$	D berdin A ken B
$3 \times 6 = 18$	hiru bider sei berdin hemezortzi
$M \subset H$	M, H-ren barnean dago (aurrekoetan "barrean" ageri da)
$16 : 2 = 8$	hamasei, zati bi, berdin zortzi
$A \sim B$	A eta B, zenbakide

Testu horietan irakurbiderako aukeraren azalpena espresuki formulatuta ez badago ere, oro har, gero azalduko dugun "linealtasunerako bidea" hartu zela esan dezakegu, bai *Saioka* bilduman eta bai —are markatuago— Larresorok eginiko testuetan ere.

Azken lan hauen alde etorri zen neurri batean —edo alderantziz izan ote zen?— Euskaltzaindiak plazaraturiko liburuxka bat. Hain zuzen, Euskaltzaindia buru-belarri zebilen batasun-prozesua bultzatzen, eta horrela, *Zortzi urte arteko Ikastola Hiztegia* argitaratu zuen 1975. urtean, zenbait oinarritzko arazo eta konponbideri buruz zuen iritzia plazaratuz. Eta zenbait erabaki interesgarri eta baliotsu hartu zituen Euskaltzaindiak, gerorako bidea argitzeko eta errazteko balio izan zutenak. Laburbilduz, erabaki horietako batzuk terminologiarekin zerikusia zuten, zenbait ikur eta zeinu matematikoren (+, -, =...) izenak onartu edo proposatuz,aldi berean matematikaren ikuspuntutik baliagarriak ziren banaketa semantiko batzuk onartuz (alde batetik "gehi" eta "plus" kontzeptuak eta bestetik "ken" eta "minus" kontzeptuak desberdinduz, adibidez), zenbait eragiketaren irakurketarako bideak onetsiz, eta abar. Ez ziren erabaki oso handiak izan, baina benetan baliagarri suertatu zirela esan dezakegu, Euskaltzaindiak nolabaiteko oniritzia eman baitzuen garai hartan zientzialarien eta testu-idazleen artean ohiko bihurtzen ari ziren esamoldeei.

Hortik aurrera, praktikara eraman ziren asmoak. UEUren —Udako Euskal Unibertsitatea— eta *Elhuyar* taldearen sorrerarekin abiada berria izan zuen gaiak, beste maila batera igo baitzen

arazoaren planteamendua. Jadanik ez zen nahikoa testuak egitea. Formulazio fisiko-matematikoa behin eta berriz agertzen zen testuetan, eta euskararen batasunaren espirituaz kutsaturik, erabaki bateratuak hartzeko premia azaldu zen, testuen idazkerari zegokionez ez ezik, formula eta ekuazioen irakurketari zegokionez ere. Hain zuzen, Udako Euskal Unibertsitateko hitzaldi eta mintegietan, esamolde egokiak aukeratzearen premia azaldu zen behin eta berriro. Horrela, Elhuyar eta UEU erakundeak hizkuntza teknikoari buruz —aztertzen ari garen arazoa barne— eztabaidatzeko gune bihurtu ziren.

Elhuyar aldizkariaren lehen zenbakian bertan, gerraurreko arazo berberak planteatzen zituen lan bat argitaratu zen, nahiz eta irtenbideak oso bestelako bidetik proposatu. J. M. Goñi matematikariak idatzitako “Zenbaki arruntak; eragiketak” izenburuko artikuluz ari gara (1974). Horren ostean, Goñik beste artikulua batzuk argitaratu zituen 1975, 1976 eta 1979. urteetan, eskuartean dugun gaia lehen aldiz bere osotasunean planteatuz. Bide beretik, Mikel Zalbidek problema berbera plazaratu zuen “Zientzi eta teknikarako hizkuntzaz” izenburuz idatzitako artikuluan (1976), eta horren kariaz, Elhuyar taldekoek Karlos Santamariarengana jo zuten iritzi edo aholku eske, eta honek erantzun pentsatu eta landua eman zien, 1976an aldizkarian izenburu berberaz argitaraturiko bi artikuluren bidez: “Ahoz eta euskaraz irakurtzekotan, nola irakurri behar dira algebrako formulak? (I) eta (II)”. Artikulu horietan zuzen-zuzenean egin zen arazoaren planteamendua eta baita nolabaiteko irtenbideak proposatu ere.

Gure ustez, Santamariak argitaratu zuen arazo honi buruzko lehenengo “teorizazioa” dei dezakeguna. Santamariak ahalegin handia egin zuen irakurbidea lantzen, hain zuzen ere, irakurketarako orduan formulen “linealtasuna” —hots, idatzizko ikur eta zeinuen hurrenkera gordetzea— gidari hartuz. Neurri batean —aljebrari dagokionez, bederen— arazoa nahiko ondo bideratuta utzi zuela esan dezakegu. Funtsean, hark adierazitako parametroak kontuan hartuz abiatu ziren beste guztiak ere, nahiz eta bestelako eremuak landu behar izan zituzten.

Santamariaren erantzun teorikoaren ondoren, lan praktikoen premia azaleratu zen, eta ordutik aurrera erantzun praktikokoak ematera bideratu ziren indarrak. Horretan garrantzi berezia izan zuen UZEIren lanak (Unibertsitate Zerbitzueterako Euskal Ikastetxea). Horren adierazle modura, Mikel Zalbidek UZEIren ekimenean barnean Matematika. *Hiztegia, hizkera, irakurbideak* izenburuko liburua dugu (1978). Liburua bere osotasunean hartuta, Zalbideren lana bere aurreko lan teorikoen osteko lehenengo sistematizazio praktikoa izan zela esan dezakegu, beti ere formulen irakurbiderako ikurren idazkeraren arabera hurrenkeraren bidetik jorik.

Hurrengo pauso kualitatiboak, Zalbideren beraren koordinaziopean prestatutako UZEIren *Matematika Hiztegia* argitaratzean eman ziren (1982). Hiztegiari dagokionez, lexikoaz gain, aipamen berezia merezi du kalkulu eta analisiaren arloko zerrendak. Bertan batukariak, biderkariak, deribatuak, integralak eta abar ageri dira, alboan irakurbide zehatza dutela, adibide modura auke-ratu ditugun ondoko kasuetan bezala:

\sum_1^n	edo	$\sum_{i=1}^n$	batukari, 1etik n -ra; batukari, i berdin 1etik n -ra
\prod_1^n	edo	$\prod_{i=1}^n$	biderkari, 1etik n -ra; biderkari, i berdin 1etik n -ra
$\lim_{x \rightarrow a} y = b$			limite, x a -rants doanean, i grekoa, berdin b
$\frac{\partial^n y}{\partial x^n}$			deribatu n -garren y x -ekin (-ekiko) n aldiz
$\int_a^b f(x) dx$			integral, a -tik b -ra, $f(x)$ diferentzial x

Bukatzeko, gutariko batek eginiko lana aipatuko dugu, hots, *Alfabetatze zientifikoa. Zenbakiak / unitateak / irakurketa / eragiketak / esamoldeak* izenburupean Martxel Ensunzak plazaraturikoa (1983). Lehenago UZEIren hiztegiaren azaldutako formula eta adierazpen matematikoak bildu ondoren, horien gehigarri modura, ikur eta adierazpen fisiko-matematikoen irakurbidea proposatu zen lan horretan.

Honelatan, bada, erabilitako iturri eta oinarri nagusiak aipatu ondoren, horiei buruzko iritzia gehitu nahi genuke, beti ere horien guztien zordun garelara aitortuz.

Labur esanda, hasteko, XX. mendearen hasiera aldean emaniko pausoak laburrak eta geldoak izan ziren, dudarik gabe, baina sortu berriaren meritua izan zuten, arazoak planteatzea ebazten hasteko bidea baita. Zenbait gorabehera eta zalantza izan ondoren, gerraren ondorengo isilaldiaren ostean berpiztu beharra egon zen, eta, espero izatekoaenez, lehenengo ekimenetan aurretik utzitako arrastoen bila abiatu ziren. Baina irteera edo jarraipenik gabeko bideetik abiatu ziren.

Bestelako bidetatik abiatuz, hirurogeita hamarrek hamarkada funtsezkoa gertatu zen etorkizunerako oinarriak finkatzeko. Horretan funtsezko lana bete zuten Udako Euskal Unibertsitateak eta Elhuyar taldeak, hausnarketa teorikoak egiteko, proposamenen eztabaidarako toki eta zientzialari euskaldunen biltoki modura jokatu. Geroago, laurogeiko hamarkadan, behin euskarazko irakaskuntza Euskal Herriko Unibertsitatean ofizialki sartu ondoren, praktikara eraman ziren aurretik eginiko lanak, eta gainera, irakurbideen erabilera-eremua erabat zabaldurik geratu zen, zientziaren premia guztietara egokitzeko bidean jarritz.

Gu geu Mikel Zalbideren eta UZEIko talde desberdinen proposamenetatik abiatu ginen, gehienak onartzuz, baina horien justifikazio zabalagoa eta hedakorragoa egiten saiatuz, eta, marko teoriko egokian kokatzen ahaleginduz, proposamen berriak egiteko asmoz. Horien proposamenen garapena eta jarraipena da hemen aurkezten dugun lana, eta horretarako hurrengo atalean arazoa bere osotasunean planteatzen eta proposamen zehatzak egiten saiatuko gara, beti ere gure aurrekoek eginiko ekarpenak eta haiek irekitako lan-ildoak kontuan hartuz.

2. FISIKAN ETA MATEMATIKAN ERABILTZEN DEN HIZKUNTZA BEREZI ETA BEREZITUARI BURUZKO ZENBAIT HAUSNARKETA

Historiari begirada laburra egin ondoren, Fisikan eta Matematikan erabiltzen den hizkuntza berezi eta berezituari buruzko zenbait hausnarketa egingo ditugu, hurrengo atalean egingo ditugun proposamenen euskarri modura.

Lehenengo eta behin, interesgarri iritzi diogu inguruko hizkuntza nagusiek nola jokatzeko duten aztertzeari. Hain zuzen, beharrezkoa baita horiek nola jokatzeko duten ondo ulertzea, guk geure hizkuntzarako egokiak diren irtenbideak aukeratzean nolabaiteko erreferentzia izateko. Egindako ikerketaren nondik norakoak iradokitze asmoz, 1. taulan ingeles, frantses eta gaztelaniari buruzko zenbait esamolde laburbildu ditugu.

1. taula.

Adierazpen sinbolikoak hitzez irakurtzean gure inguruko hizkuntzetan erabilitako esamoldeak			
Adierazpen sinbolikoa	Ingelesa	Frantsesa	Gaztelania
$X \in A$	x is a member of A x belongs to A	x appartient à A	x pertenece a A
$a + B = c$ $a > b$ $a < b$ $a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$	a plus b equals c a greater than b a less than b a to the (power) one nth (edo one over n) equals the nth root of a	a plus b égal à b a plus grand que b a plus petit que b a à la puissance un sur n égal à la racine n-ième de a	a más b igual a c a mayor que b a menor que b a elevado a uno partido por n igual a raíz n de a
$z = f(x, y)$ $y = ax^2 + bx + c$ $\frac{dy}{dx}$ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	z equals f (of) x (and) y y equals a x squared plus b x plus c (first) derivative of y with respect to x x squared over a squared plus y squared over b squared equals one	z égal à f (de) x, y (grec) y grec égal à a x carré plus b x plus c dérivée de y (grec) par rapport à x x carré sur a carré plus y (grec) carré sur b carré égal à un	z igual a f (de) x, y y igual a x cuadrado más b x más c derivada de y (griega) con respecto a x x (al) cuadrado entre (o partido por) a cuadrado más y cuadrado entre b cuadrado igual a uno
$x = \sqrt{a}$	x equals the square root of a	x égal à racine carrée de a	x igual a raíz cuadrada de a
$\int_b^a f(x) dx$	Integral from a to b of f x dx (differential x)	Intégrale de a à b de f de x dx (différentielle x)	Integral de a a b de f de x dx (diferencial de x)
$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x-x_r)^2$	s squared equals one over n minus one sum from r equals one to n of x minus x r all squared	s carré égal à 1 sur n moins une fois la somme pour r (allant) de un à n de x moins x r (x sous r) au carré	s al cuadrado igual a 1 partido por n - 1 suma- torio de (sde) r igual a 1 a n, x menos x sub r, al cuadrado
$x \rightarrow \infty$	x tends to (approaches) infinite	x tends vers l'infini	x tiende a infinito

Ikusitako adibideak kontuan izanez, gure iritziz, zenbait ondorio nagusi atera daitezke ia zuzenean. Hona hemen:

- Adierazpen sinbolikoen irakurbidean erabilitako hizkuntza-mota edo berbaldi-motari erreparatuz, ez dirudi hizkuntza naturala denik, nahiz eta barnean hizkuntza naturaleko osagaiak dauzkan.
- Hizkuntza bakoitzean era propio eta berezian erabiltzen dira zenbait osagai karakteristiko, hala nola preposizioak, juntagailuak eta aditzak.
- Dena den, zehatzago aztertuz, guztiek joera bera dutela suma daiteke, ondoko kontzeptuaren inguruan laburbil dezakeguna: "idazkerarekiko linealtasuna", edo zehatzago esateko, "sinboloen idazketa-sekuentziaren araberako irakurketa" edo "sinboloen idatz-ordenaren araberako hurrenkera". Alegia, hizkuntza guztietan ahalegin berezia egi-ten da, sinboloen izenak sinboloak idazteko erabili den ordena edo hurrenkera berean ahoskatzeko.

Hain ingurukoak ez diren beste hizkuntza batzuk ere aztertu ditugu, hala nola hebreera, errusiera, arabiera, japoniera, txinera eta suomiera, eta ondorio modura, honako bi puntu hauek azpimarra ditzakegu:

- Mundu zabalean garaturik dauden hizkuntzetan, zientzia-arloko testuetan integraturik dauden adierazpen sinboliko fisiko-matematikoak nazioarteko era normalizatu eta arautuan idazten dira, guztietan sinbolo berberak erabiliz eta ezkerretik eskuinerako noranzkoan idatziz. Azken puntu hau azpimarratzekoa da, zenbait hizkuntzatan eskuinetik ezkerretik noranzkoa erabiltzen baita idazkeran, hala nola hebreeran eta arabieran.
- Bestalde, horrekin era koherentean jokatzuz, adierazpen sinbolikoen irakurketa adierazpena idazteko erabilitako hurrenkera eta ordena berean gauzatzen da, oro har, ezkerretik eskuinerako noranzkoan preseski. Azken puntu honi dagokionez, hizkuntza guztietan horrela egiten denik ziurtatu ezin dezakegun arren, gehienetan —zientzia-maila altuko guztietan— horrelaxe egiten dutela baieztatu dezakegu.

Gure ikuspuntuaren arabera, zer esanik ez, zientziaren arloko erabilpen-eremu berezi hau euskaraz ere landu beharra dago. Eta horretan saiatu gara. Dena den, horretan abiatzeko, bi esparru landu behar dira: alde batetik, terminologia, eta bestetik berbaldi-mota.

Terminologiari dagokionez, azken urteotan euskaraz ere ahalegin bereziak egin behar izan dira. Guztiok dakigunez, azken hogeita bost urteotan, lexiko-sorkuntza eta terminologia direla eta, ekoizpen itzela izan da gure artean. Hiztegi orokor asko izan dira argitaratuak, eta urte gutxiren buruan berrargitaratuak, hainbat hitz eta terminoz osatuak. Badira, halaber, hiztegi entziklopedikoak, bertan terminologia-arloko hainbat termino eta hitz sartu dituztenak. Horiez gain hiztegi tekniko ugari prestatu dira, UZEIren eskutik batez ere, Elhuyar taldeak azken boladan prestatutakoak ere bide beretik doazelarik. Paperean inprimaturik dauden hiztegiez gain, gaur egun *Euskalterm* izeneko terminologia-bankua ere badugu, horien guztien ekarpenak bilduma bakarrean biltzen dituenena. Terminologia-banku honen tamainari buruzko ideia bat izan dezagun, diogun ezen 2001. urtean jakintza-arlo desberdinetako 183.000 termino baino gehiago zeuzkala bildurik. Nolanahi den, artikulu honetan ez gara terminologiaz arituko.

Berbaldi-motari dagokionez, lan honetan egin ditugun hausnarketak laburbilduz, gure ustez behar-beharrezkoa den berbaldi-mota hori bete-betean koka daiteke Teresa Cabré irakasleak “lenguajes artificiales” deritzen horien artean [Cabré, M. T. (1993): *La terminología. Teoría, metodología, aplicaciones*. Editorial Antártida / Empúries, Barcelona]. Hain zuzen, autore honek ezaugarri hauek dituzten lengoia bereziak definitu ditu:

Son características relevantes de los lenguajes artificiales, como los sistemas lógicos:

- que se trate de «lenguajes inventados»,
- contruidos tomando como punto de referencia el lenguaje natural,
- con una conceptualización previa controlada,
- sin posibilidad de admitir nuevas unidades si no están establecidas y conceptualizadas previamente,
- unívocos, y por lo tanto sin sinónimos ni términos polisémicos,
- con una sintaxis reducida a la mínima expresión,
- con un repertorio de signos también reducidos; originariamente fijados en su forma escrita,
- con validez supranacional, y
- sin posibilidad de desarrollar las funciones emotiva y poética del lenguaje.

Guk mota horretako esamoldeak erabili ditugu ikur eta zeinu bidezko adierazpen matematikoen irakurbidean. Nolanahi dela, Cabré-k eginiko karakterizazioan ohar edo iruzkin bat egin daitekeela uste dugu. Izan ere, adierazpen fisiko-matematikoei dagokienez, ez dugu uste zeinuen zerrenda hain laburra denik, eta edozein kasutan, sistema hori, finitua izanik ere, irekia da (ez itxia, alegia); hots, etengabe ari da emendatzen eta hazten, zeren, kontzeptu eta erabiltze-eremu berriak sortzen ari diren neurrian ikur eta zeinu berriak behar baititugu.

3. ADIERAZPEN SINBOLIKOEN IRAKURBIDERAKO PROPOSAMENAK

Aurreko hausnarketen ondoren, lanaren praktikotasunari begira, proposamen zehatzak egin beharrean izan ginen. Horretarako, lehenik eta behin proposamen egokiaren ezaugarriak nolabait definitu beharrean egon ginen, eta horregatik, helburu hori betetzeko aintzatesten ditugun ezaugarrien zerrenda aurkeztuko dugu. Hala ere, artikulua mugak behartuta, ez dugu hemen horien azterketa zehatza egingo, eta aipamena egitearekin konformatuko gara. Gure ustez, honako hauek dira ezaugarri horiek: argitasuna, bakuntasuna eta ikasteko erraztasuna, erabilgarritasuna, zehaztasuna, unibertsaltasuna, itzulgarritasuna, irekitasuna, hedagarritasuna eta moldagarritasuna. Zer esanik ez, ezaugarri horiek guztiak betetzen saiatu gara geure proposamenetan. Lortu ote dugun, hori beste kontu bat da.

Zernahi gisaz, horiek guztiak gauzatzekoan, batzuetan alde batera uzten diren beste bi ezaugarri formal ere aipatu nahi ditugu, arlo horretan euskaraz lanean dihardutenen arteko kontsentsuarekin zerikusia dutenak. Hona hemen zein diren: proposamen adostua izatea eta erabiltzaileek onartua izatea. Gure ustez, puntu horietan dago etorkizunari begirako giltzarrietako bat. Alegia, euskara tekniko-zientifikoaren arloan lanean dihardutenek akordioak lortu behar dituzte, behin esamoldeak zehaztu ondoren borondatezko diziplinaz jokatzeko, eta normalizaziorako bidea elkarrekin egiteko. Bestela, bakoitzak bere bidetik eginez gero, ez dago normalizaziorik lortzerik.

Aipaturiko ezaugarri horiek guztiak kontuan hartuta, eta azken urteotako praktikan oinarrituta, arau sinple batzuk ematen saiatu gara, gure proposamenak era normatiboan emateko ahalegina bideratzeko. Horrela, hiru arau nagusitan laburbildu ditugu geure ideia eta proposamenak. Hona hemen:

1. Lehenengo araua: *Sinboloen izendapenean, ahal dela, erlazio biunibokoa sortuko da sinbolo bakoitzaren eta sinboloaren izenaren artean, eta sinboloaren izen hori adostu eta ezagutzera emango da erabiltzaileen erkidegoan.*

Adibide modura, ondoko kasuetan proposaturiko izenak ditugu:

Σ batukari

\cup bildura

\int integral

$\sqrt{\quad}$ erro

2. Bigarren araua: *Egituradun sinboloen kasuan, sinboloekin batera aldagaien, parametroen eta eragiketa-mugen definiziorako esamoldeak euskararen joskera naturalaren arauak erabiliz eratuko dira, beti ere aurreko tradizioan izandako proposamenak kontuan hartuz eta esamolde estandarrak zehazteko asmoz.*

Hona hemen zenbait adibide:

$\sum_{i=1}^n$	batukari, <i>i</i> berdin batetik enera
$\frac{dy}{dx}$	deribatu <i>i</i> grekoa ixarekiko
\int_a^b	integral, atik bera
$\lim_{x \rightarrow 0}$	limite, <i>ixa</i> zerorantz doanean

3. Hirugarren araua: Sinbolo-kateak irakurtzean hiru oinarri nagusi izango dira kontuan:

- a) Idatziak izatean erabili den hurrenkera berean irakurriko dira sinboloak (bai sinbolo bakunak, eta bai egituradun sinboloak ere), banan-banan, bata bestearen ostean.
- b) Sinbolo bakoitza bere aldetik irakurriko da, sinbolo bakunen kasuan izena bere hutsean aipatuz, eta egituradun sinboloen kasuan bigarren arauan esandako moduko esamoldeak erabiliz.
- c) Sinboloak beren artean inolako loturarik egin gabe irakurriko dira, huts-hutsean bata bestearen ondoren, idatzi bezala irakurriz, hurrenez hurren.

Esate baterako:

$ f(x)-f(x_k) < 1$	{balio absolutu [efe <i>ixa</i>] [ken] [efe <i>ixa</i> azpi ka]} [txikiago] [bat]
$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{n} \sin \frac{1}{n}$	[batukari, ene berdin batetik plus infinitura] [minus bat ber ene] [(bider)] [ene-erro ene] [(bider)] [sinu bat zati ene]
$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{u}_t \times \mathbf{u}_r}{r^2} dl$	[be bektorea], [berdin], [mu azpi zero] [zati] [lau pi], (bider) [i (larria)], [integral itxi], {[u azpi te bektorea biderkadura bektorial u azpi erre], [zati] [erre karratu], (bider) [diferentzial ele]}

Ikus daitekeenez, multzoka adierazi ditugu sinboloak, bakoitzari dagokion esamoldea mako artean adieraziz. Zer esanik ez, adierazpen osoa irakurtzean, segidan irakurriko ditugu multzo horiek, ordena horretan, ondoko adibideetan ikusiko dugunez.

4. ZENBAIT ADIBIDE

Arauk eman ondoren, gure ahalegina arau horiek adibideetan aplikatzera zuzendu dugu, zenbait taula emanez, eta lanaren osagarri modura, mota guztietako adierazpen matematiko-fisikoen irakurbideen katalogoa prestatuz eta aurkeztuz. Artikuluaren mugak kontuan izanez, ez dugu uste hemen horien azalpen zehatza egitea merezi duenik; baina, gutxienez, aurkeztu hau nolabait biribiltzeko, zenbait adibide aurkeztuko ditugu, adibide modura, ondoko taulan bildurik.

2. taula.

Adierazpen sinbolikoen irakurbidea	
Sinbolo-kateak	Irakurbidea
$a + B = c$	[a] [gehi] [be] [berdin] [ze]
$ f(x)-f(x_k) < 1$	{balio absolutu [efe ixa] [ken] [efe ixa azpi ka]} [txikiago] [bat]
$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$	[ese azpi ene] [berdin] [a azpi bat] [gehi] [a azpi bi] [gehi] [a azpi hiru] [gehi] [puntuak] [gehi] [a azpi ene]
$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt[n]{n} \sin \frac{1}{n}$	[batukari, ene berdin batetik plus infinitura] [minus bat ber ene] [(bider)] [ene-erro ene] [(bider)] [sinu bat zati ene]
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} = 0$	[limite, ene infiniturantz doanean] { [ixa ber ene gehi bat] [zati] [ene gehi bat faktorial] } [berdin] [zero]
$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta) - f(x)}{\Delta x}$	[efe lehen ixa] [berdin] [limite, delta ixa zerorantz doanean] { [efe ixa gehi delta ixa] [ken] [efe ixa] [zati] [delta ixa] }
$\forall \varepsilon > 0, \exists k \in \mathbb{R} / \left \int_p^q f_p \right < \varepsilon \quad \forall p, q > k$	edozein epsilon handiago zero den kasurako, existitzen da (edo badago) ka barne erre larria, non integral petik kura efe, balio absolutuan, txikiago epsilon den, edozein pe eta ku handiago ka diren kasurako edo epsilon handiago zero den guztietarako ... edo edozein dela(rik) epsilon handiago zero ...

Oharra: sinbolo bakoitzaren irakurbidea mako artean ageri da, hurrenkera ikusarazteko.

Ez dugu gehiago luzatuko adibideen zerrenda, sinboloen konbinazioak nahi adina heda baitaitezke. Nolanahi den, diogun ezen doktorego-tesiaren txosteneko eranskin batean Fisikan eta Matematikan gehien erabiltzen diren adierazpen sinbolikoen zerrenda edo katalogo moduko bat aurkeztu dela, beti ere, arauen aplikazio zuzena eginez. Katalogo hori prestatzean, matematikarien eta fisikarien eskura ipini nahi izan da eguneroko jardunean etengabe azaltzen diren adierazpenen irakurbideak, sailka ordenaturik eta erraz aurkitzeko moduan. Gure ustez, asmo praktikoaz egindako bilduma hori, oso lagungarri gerta dakieke irakaskuntzan diharduten irakasleei.

5. BIBLIOGRAFIA

- Bizkai-Aldundiaren Erri-Irakaskuntza-Batzordea** (1920): "Lenengo ikaste mallarako euskal-zenbakiztia", Bilbao.
- Bruño Idaztiak** (1933): "Zenbakizti lengaien ikastia", *La Instrucción Popular*, Madrid, Barcelona.
- Cabré, M. T.** (1993): "La terminología. Teoría, metodología, aplicaciones", *Editorial Antártida /Empúries*, Barcelona.
- Eguia, L.** (1972): "Neurritzia", *Kardaberaz Bilduma, Kardaberaz-Bazkuna, Seminario Vitoria*, Vitoria.
- Ensunza, M.** (1983): "Alfabetatze Zientifikoa. Zenbakiak / unitateak / irakurketa / eragiketak / esamoldeak", UEU, Iruñea.
- Euskaltzaindia** (1975): "Zortzi urte arteko Ikastola Hiztegia", (separata), *Euskera XXX*, Donostia.
- Euzko-Ikastola-Batza** (1932): "Zenbakiztija, I mallea", *Verdes-Atxirika'tar E'ren Irarkolea*. Bilbao.
- Euzko-Ikastola-Batza** (1932): *Zenbakiztija, II. mallea*, *Verdes-Atxirika'tar E'ren Irarkolea*. Bilbao.
- Goñi, J. M.** (1974): "Zenbaki arruntak; eragiketak", *Elhuyar*, **1**, Donostia, 1974.
- Goñi, J. M.** (1975): "Eragiketak (II)", *Elhuyar*, **2**, Donostia.
- Goñi, J. M.** (1976): "Q multzoa", *Elhuyar*, **7**, Donostia.
- Goñi, J. M.** (1979): "Silogismoak eta logika matematikoa", *Elhuyar*, **18**, Donostia.
- Iker taldea** (1976): "Saioka 1". *Matematika*, Bilbo.
- Iker taldea** (1977): "Saioka 2". *Matematika*, Bilbo.
- Iker taldea** (1979): "Saioka 3". *Matematika*, Bilbo.
- Jauregi'tar, Gabirel** (1935): "Pisia", *Gasteiz, Gaubeka Irarkola*, Bermeo.
- Jauregi'tar, Gabirel** (1936): "Kimia", *Gasteiz, Gaubeka Irarkola*, Bermeo.
- Larresoro**: "Matematika, Bigarren maila", *Iñaki Beobide banatzailea* (ez dauka urterik).
- Larresoro**: "Matematika, Laugarren maila", *Iñaki Beobide banatzailea* (ez dauka urterik).
- López Mendizabal'dar Ixaka** (1913): "Ume koxkorrentzat euzkaraz egindako Zenbakiztiya edo Aritmetika", Tolosa, *E. López*.
- Santamaria, K.** (1976a): "Ahoz eta euskeraz irakurtzeko, nola irakurri behar dira algebrako formulak?" (I), *Elhuyar*, **6**, Donostia, 38-45. orr.
- Santamaria, K.** (1976b): "Ahoz eta euskeraz irakurtzeko, nola irakurri behar dira algebrako formulak?" (II), *Elhuyar*, **8**, Donostia, 46-58. orr.
- Zalbide, M.** (1976): "Zientzi eta teknikarako hizkuntzaz", *Elhuyar*, **2**, 36-48. orr.
- Zalbide, M.** (1978): "Matematika. Hiztegia, hizkera, irakurbideak", *Jakin-UZEI*, Zarautz.