LOS PENTOMINOS Y LA SUPERFICIE

Un modelo de actividad basado en Dienes para el 1º Ciclo de Secundaria

Modesto Arrieta (*)

INTRODUCCIÓN

Uno de los temas estrella de la Matemática en la enseñanza obligatoria es el tema de la medida. Su estudio nunca ha sido puesto en entredicho por la importancia que se otorga al mismo desde edades tempranas y básicamente por su relación con infinidad de situaciones problemáticas de nuestro entorno que favorecen su inclusión en el curriculum.

De todas formas su inclusión indiscutible en el currículum tanto de Primaria como de Secundaria Obligatoria, ha generado dos problemas que los profesores, en nuestro afán de priorizar todos los aspectos relacionados con la medida, hemos puesto de manifiesto y son, en primer lugar, haber dado a la geometría un papel secundario que no se merece, olvidándonos de aspectos geométricos como capacidad espacial, visualización, representaciones planas y en definitiva de ese paso continuo de situaciones 2D a 3D y viceversa que debería conferir a la Geometría un papel preponderante en el quehacer matemático de la enseñanza elemental. En segundo lugar, el tratamiento metodológico dado a la medida olvidándonos de la magnitud, creando las situaciones apropiadas que permitan por simple necesidad pasar de situaciones de magnitud a situaciones de medida o incluso dejando de lado unidades de medida no convencionales tan naturales como el folio o las baldosas para medir superficies.

Estos problemas, que hemos padecido e incluso hemos colaborado en crear, me han impulsado a hacer esta propuesta con los pentominós basada en otra propuesta más general (Arrieta, López y Pardo, 1992). Análogamente se podría proponer otra análoga con el Tangram pero al ser más conocido y tratado en muchos libros de texto, me he decantado por los pentominós por ser un material menos tratado. De todas formas sería un ejercicio muy interesante trasladar esta propuesta al Tangram u otro material análogo que nos permita trabajar la magnitud superficie.

Estas reflexiones no deben impedir resaltar la importancia doble de la medida. Por un lado, la necesidad de medir que hay en la vida real y por otro, por la confluencia de aspectos aritméticos, geométricos y de estrategias que hacen del tema de la medida nexo de unión entre los distintos Bloques de contenido de Matemáticas. Pero muchos alumnos no distinguen claramente expresiones tales como magnitud, cantidad de magnitud, unidad de medida, medida de una magnitud,.... debido seguramente a que el tratamiento habitual ha partido de una exposición del Sistema Métrico Decimal y de la resolución de ejercicios mecánicos de aplicación. Esto muchas veces ha llevado emparejado errores tales como el uso de unidades inadecuadas y la obtención de resultados inverosímiles debido a la falta de hábitos de estimación.

(*) Profesor de Didáctica de la Matemática.U.P.V. Euskal Herriko Unibertsitatea.

De ahí que nuestro objetivo, con esta propuesta, es, trabajando la magnitud y haciendo prácticas de estimación y medida, relacionar al alumno con el mundo físico para que pueda enfrentarse a las situaciones problemáticas de medida de forma natural, espontánea y eficaz. Para ello la propuesta que presentamos aborda el problema de la magnitud superficie desde el enfoque dado por Dienes, es decir, abarcando todas las fases del proceso que propuso él.

LA PROPUESTA DE DIENES

Dienes (1977) presenta un esquema de trabajo para tratar cualquier magnitud en la escuela:

Trabajar la Magnitud (1º estimar, 2º comprobar)

Ello permite: comparar, clasificar, componer y ordenar cantidades de la magnitud tratada.

↓ crear la necesidad de medir por imposibilidad de comparar magnitudes en ciertos casos.

Prácticas de medida con unidades no convencionales.
(1º estimar, 2º medir)

↓ crear la necesidad de utilizar unidades convencionales para poder comparar.

Prácticas de medida con unidades convencionales.
(1º estimar, 2º medir)

Trabajar las unidades adecuadas.
Trabajar las equivalencias.

↓

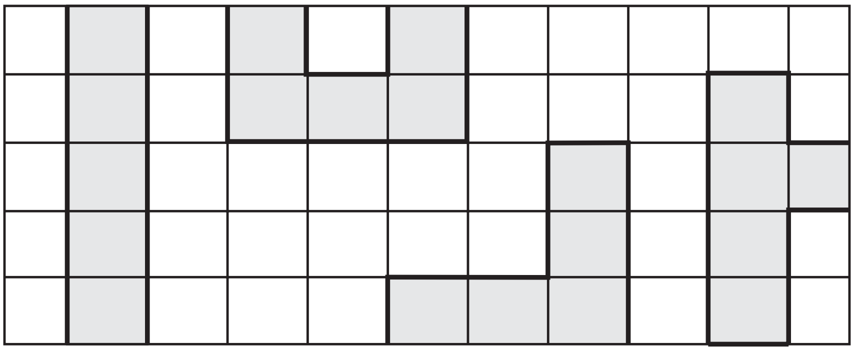
Aritmetización

Seguiremos el proceso paso a paso, incidiendo en los siguientes aspectos:

- Trabajar la magnitud.
- Provocar la necesidad de medida, la necesidad de unidades convencionales y la necesidad de mecanización (equivalencias).
- Crear hábitos de estimación.

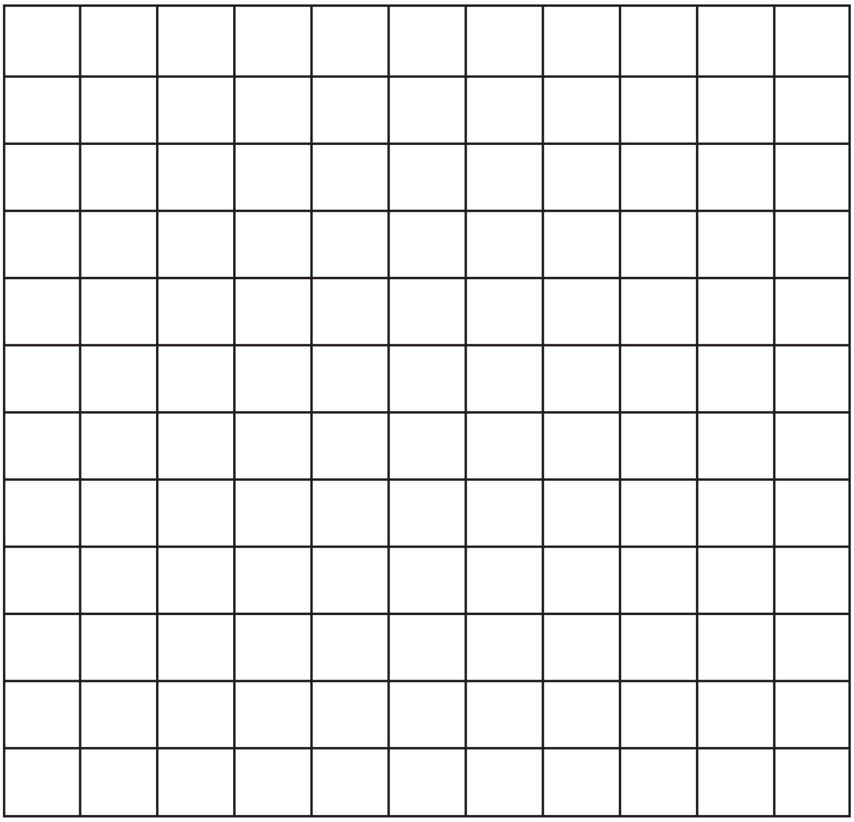
CONSTRUCCION DE LOS PENTOMINÓS

Los pentominós son figuras cerradas formadas por cinco cuadrados.



I **U** **J** **Y**

Su forma se asemeja a las letras del alfabeto. Por eso los nombramos con una letra mayúscula. Dibuja en la tabla adjunta los pentominós que faltan. ¿Cuántos hay en total?. Nómbralos.

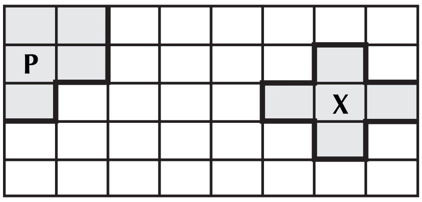


Una vez que tengas todas las variantes posibles cálcalos sobre una cartulina rígida y recórtalos. Obtendrás las piezas de un puzle que nos permitirá resolver las actividades propuestas a continuación.

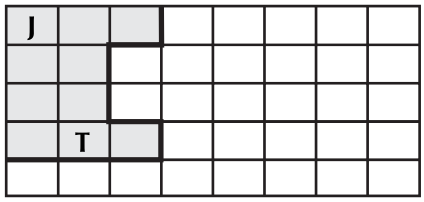
TRABAJANDO EL CONCEPTO DE MAGNITUD SUPERFICIE

1.- Completa los rectángulos adjuntos utilizando pentominós. (puedes repetir las figuras)

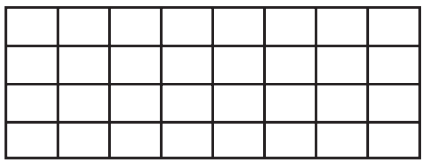
A



B

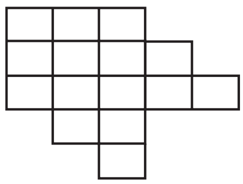


2.- ¿Se podría completar este rectángulo?



3.- Construye, con piezas del pentominó, una U cuatro veces mayor. Llámale C. Primero dibuja la U cuatro veces mayor y después inténtalo encajar con las piezas del pentominó.

4.- A continuación se presenta un patrón con la J. Construye una cantidad de superficie doble siguiendo el patrón.



D

5.- Clasifica los doce pentominós y las figuras A, B, C y D obtenidas antes por igualdad de superficies. ¿Cuántas clases se obtienen?. Nómbralas.

6.- Ordena de menor a mayor cantidad de superficie las clases obtenidas anteriormente.

7.- Dibuja una cantidad de superficie formada por pentominós para colocarla entre los puestos 1º y 2º.

8.- Si tomamos como unidad la clase de menor superficie, ¿cuánto mide cada una de las figuras dibujadas hasta ahora? (los doce pentominós y las cuatro figuras derivadas A-B-C-D de esta misma página).

9.- ¿Cómo se transformarán las medidas anteriores si elegimos una unidad tres veces más pequeña?

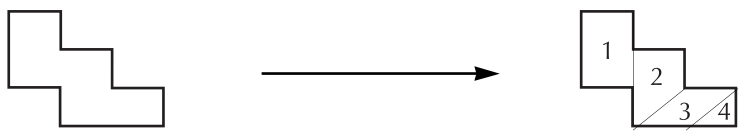
10.- Estima la superficie de un folio utilizando ambas unidades.

11.- ¿Cuál es la unidad convencional más apropiada para medir las superficies de los pentominós?

12.- Estima la medida de los pentominós y las figuras obtenidas en los ejercicios anteriores con la unidad de medida propuesta en el ejercicio nº 11. A continuación, mídelos y compara los resultados obtenidos.

PRACTICAS DE ESTIMACIÓN Y MEDIDA

1.- En la figura adjunta (la W de los pentominós) elige una unidad no convencional que permita una medida entera de las 4 regiones en que está dividida. ¿Cuánto mide cada uno de los pentominós? ¿Existe más de una posibilidad?. Justifícalo.



2.- A continuación estima en cm^2 la medida de las cuatro superficies. Comprueba y en su caso rectifica.

3.- Estima la medida de las siguientes superficies. Si no es una medida entera limitar inferior y superiormente.

	Unidades arbitrarias (no convencionales)		Unidades convencionales
	carta de la baraja	DIN A4	dm^2
Mesa de clase			
Cinta de casete			
DIN A4			
Puerta del aula			
Carta de la baraja			
Cinta de video			
Teclado de ordenador			
DIN A3			
Sobre de correos			

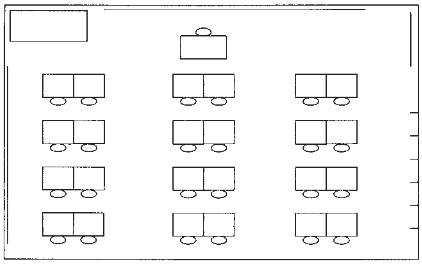
4.- Compruébalo y haz otro cuadro análogo, corrigiendo en su caso los errores cometidos.

5.- Estima, utilizando en cada caso la unidad convencional más apropiada, las siguientes superficies:

- Palma de la mano
- Esfera del reloj de pulsera
- Cancha de baloncesto.
- Diskete 3 1/2
- Un CD
- El balón de balonmano.
- Tu cama.
- La red de una pista de tenis.
- Una piscina olímpica.

6.- Cita tres ejemplos de actividades de la vida real en los que sea importante estimar medidas de superficie.

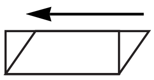
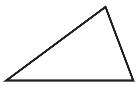
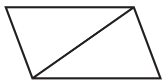
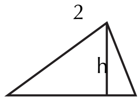
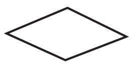
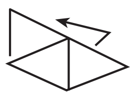
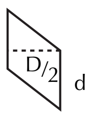
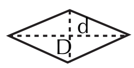
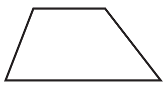
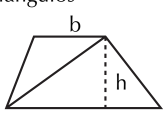
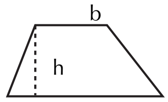
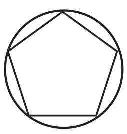
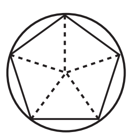
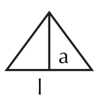
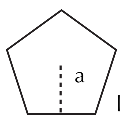
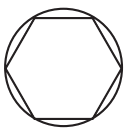
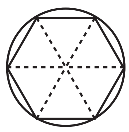
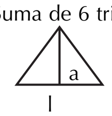
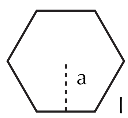
7.- Estima las superficies reales del aula: E: 1/60



JUSTIFICACION DEL AREA DE FIGURAS PLANAS

1.- Dibuja un rectángulo de lados 7 y 9 cm y cuadricúlalo en centímetros. Cuenta el número de unidades de área (cm^2). Expresa su área en función de los lados. Generaliza para el caso de lados a y b cm.

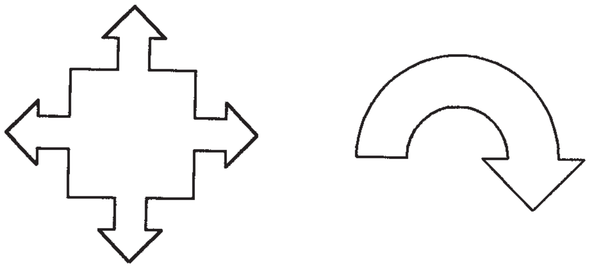
2.- Para hallar la fórmula del área de algunas figuras geométricas sencillas trabaja siguiendo el cuadro siguiente:

FIGURA	TRANSFORMACIÓN	FIGURA TRANSFORMADA	ÁREA
 Paralelogramo	 Cortar una esquina y colocarla en otra	 Rectángulo	 A = Base x Altura = b x a
Triángulo 	Adosar otro triángulo igual 	Paralelogramo 	$A = \frac{\text{Base x Altura}}{2}$ 
Rombo 	Cortar por la mitad y recolocar 	Paralelogramo 	$A = \frac{D \cdot d}{2}$ 
Trapecio 	Descomponer en 2 triángulos 	Suma de 2 triángulos $A_1 = \frac{B \cdot h}{2}$ $A_2 = \frac{b \cdot h}{2}$ $A = A_1 + A_2 = \frac{B+b}{2} \cdot h$	$A = \frac{B+b}{2} \cdot h$ 
Pentágono regular 	Descomp. en triángulos 	Suma de 5 triángulos  $A_1 = \frac{l \cdot a}{2} \rightarrow A = \frac{5\ l}{2} \cdot a$	A = Semiperímetro x apotema 
Hexágono regular 	Descomp. en triángulos 	Suma de 6 triángulos  $A_1 = \frac{l \cdot a}{2} \rightarrow A = \frac{6\ l}{2} \cdot a$	A = Semiperímetro x apotema 

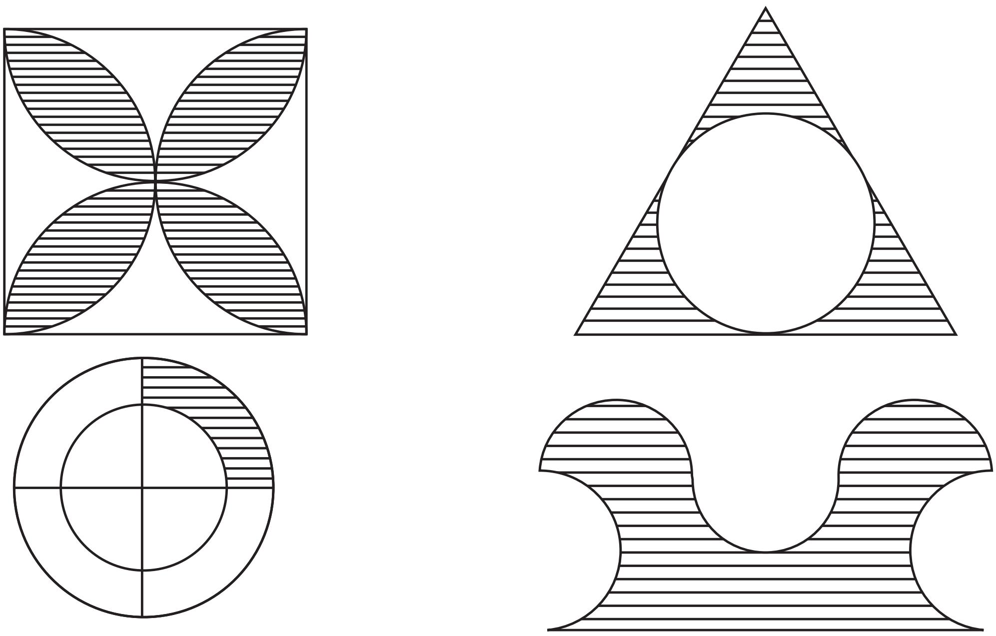
3.- Observa las dos últimas filas del cuadro anterior. A medida que aumente el número de lados el polígono se irá aproximando cada vez más a una circunferencia. Si el polígono tiene un número elevado de lados su área se aproxima al área del círculo:

$$\text{Area del círculo} = \text{semiperímetro x apotema} = \frac{2\pi r}{2} \cdot r = \pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$$

4.- Obtén el área de estas dos figuras descomponiendo en polígonos o utilizando papel milimetrado.



5.- Halla el área de las siguientes figuras: (toma las medidas necesarias).



INTERIORIZANDO UNIDADES

1.- Dibuja en la pizarra un cuadrado de 1 dm^2 de área. Estima la superficie de la pizarra en dm^2. Recorta en papel un cuadrado de 1dm^2. Comprueba y, en su caso, rectifica.

2.- Dibuja en la pizarra un cuadrado de 1 m^2 de área. Estima la superficie de la pizarra en m^2. Recorta, en papel de embalar o juntando hojas de periódico, un cuadrado de 1 m^2. Comprueba y, en su caso, rectifica.

3.- ¿Cuántos cuadrados de 1 dm^2 son necesarios para cubrir el cuadrado de 1m^2.

4.- El cuadrado de 1dm^2 cúbrelo con cuadrados de 1cm^2. ¿Cuántos se necesitan para cubrirlo?, y ¿para cubrir el de 1 m^2?.

5.- Completa la tabla de equivalencias:

1 m^2 = ... dm^2	1 m^2 = ... cm^2
1 dm^2 = ... cm^2	1 m^2 = ... mm^2
1 cm^2 = ... mm^2	1 dm^2 = ... mm^2

6.- Haz una plantilla de papel centimetrado y otra de papel decimetrado.

7.- Haz un dibujo de tu mano marcando el entorno sobre un folio. Estima en cm^2 su área. Compruébalo con el papel centimetrado.

8.- Coloca sobre un papel los dos pies juntos (con zapatos). Dibuja su perfil. Estima su área en dm^2. Afina un poco más y estímalo en cm^2. Compruébalo con las plantillas centimetrada y decimetrada.

9.- Busca en tu cuerpo tres referencias para la unidad de 1 dm^2 y otras tres para 1 cm^2.

10.- Busca tres objetos de tu entorno que te sirvan también de referencia para 1 dm^2.

BIBLIOGRAFIA

Arrieta, M., López, G. y Pardo, E. (1992). "La Didáctica de la Matemática en la Formación Inicial del Profesorado. Una propuesta". *Revista de Enseñanza Universitaria*, 2-3, 103-112. *Investigación en la Escuela*, 18, 107-114.

Averbuj, E. (1981). "Para medir, aparatos y métodos". Barcelona: *Laia*.

Balzola, P. (1917). "Tablas de correspondencia de todas las pesas y medidas de Gipuzkoa". San Sebastián: *Diputación provincial*.

Dienes, Z.P. (1977). "Exploración del espacio y práctica de la medida". Barcelona: *Teide*.

Chamorro,C. y otro (1988) . "El problema de la medida". Madrid: *Síntesis*.

Gete-Alonso,J.C. y otro (1989). "Medida y realidad". Madrid: *Alhambra*.

del Olmo, M.A. y otros (1989). "Superficie y Volumen". Madrid: *Síntesis*.

Kula; W. (1980). "Las medidas y los hombres". Madrid: *Siglo XXI*.

Museu de la Ciencia (1981). "Pesos, mides i mesures". Barcelona: *Obra Social Caixa Pensions*.

Segovia, I. y otros (1989). "Estimación en cálculo y medida". Madrid: *Síntesis*.