HEZKUNTZA SAILA

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

OPE 2022

KIDEGOA/CUERPO: BIGARREN HEZKUNTZA / ENSEÑANZA SECUNDARIA

ESPEZIALITATEA / ESPECIALIDAD: MATEMATIKA / MATEMÁTICAS

Erakunde autonomiadun
Organismo Autónomo de
EUSKO JAURLARITZA
GOBIERNO VASCO

Proba praktikoak 4 problema ditu:

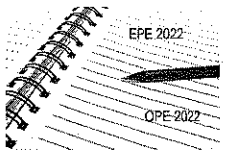
1. problema: (2p)
2. problema: (1p + 1,5p)
3. problema: (2,5p + 0,5p)
4. problema: (1,5p + 1p)

Oharra: Ezin da kalkulagailua erabili.

La prueba práctica consta de 4 problemas:

1º problema: (2p)
2º problema: (1p + 1,5p)
3º problema: (2,5p + 0,5p)
4º problema: (1,5p + 1p)

Observación: No se puede utilizar la calculadora.



1. PROBLEMA (2p)

Izan bedi $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ funtzioa, non $f(k) = k^6 + k^4 - 2k^2$ den. Frogatu $f(k)$ zenbakia 18ren multiploa dela $\forall k \in \mathbb{Z}$.

2. PROBLEMA (2,5p)

a) **(1p)** Frogatu triangelu baten ortozentroa bat datorrela erpin batekin baldin eta soilik baldin triangelua angeluzuzena bada.

b) **(1,5p)** Definitu aldekidea ez den triangelu baten *Eulerren zuzena* eta frogatu erpin batetik igarotzen dela baldin eta soilik baldin triangelua angeluzuzena edo isoszelea bada.

3. PROBLEMA (3p)

a) **(2,5p)** Izan bedi $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 1$ ekuazioa duen elipsea.

Aurkitu elipsearen P puntu bat lehenengo koadrantean puntu horrekiko zuzen ukitzaileak eta koordenatu ardatzek osatzen duten triangeluaren azalera minimoa izateko.

b) **(0,5p)** Indarrean dagoen curriculumean oinarrizko jakintzak *zentzutan* antolatzen dira. Adierazi zein mailatan eta zein zentzutan kokatu ahal diren hurrengo oinarrizko jakintzak:

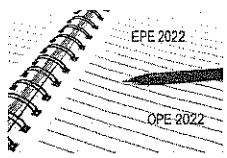
- Elipsearen ekuazioa.
- Kurba batekiko zuzen ukitzailea.

4. PROBLEMA (2,5p)

a) **(1,5p)** Nerea eta Luken 80 gozokiko zakua jokatzen ari dira aurpegia ala gurutzean. Aurpegia ateratzen bada, Nereak puntu bat irabaziko du, eta gurutzea ateratzen bada Lukenek irabaziko du. Bost puntura iristen den lehenak eramango du zakua. Nereak 3-2 irabazten zuenean jokoa eten egiten da eta gozokiak banatzea erabakitzen dute. Zenbak eraman beharko lituzke bakoitzak une horretako puntuazioa kontuan hartuta?

b) **(1p)** DBHko 4. mailan talde osoaren artean eztabaidatuko dugu a) ataleko buruketaren ebazpena.

Planteatu *eztabaida aurretik egiteko bi jarduera*, debatea errazteko. Horietako bat banaka lan egiteko izango da, eta bestea taldeka lan egiteko. Adierazi laburki jarduera bakoitzean behar diren baliabideak eta tresnak.



PROBLEMA 1 (2p)

Sea $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ la función dada por $f(k) = k^6 + k^4 - 2k^2$. Demuestra que $\forall k \in \mathbb{Z}$ el número $f(k)$ es múltiplo de 18.

PROBLEMA 2 (2,5p)

a) **(1p)** Demuestra que el ortocentro de un triángulo coincide con uno de sus vértices si y sólo si el triángulo es rectángulo.

b) **(1,5p)** Define la *recta de Euler* de un triángulo no equilatero y demuestra que pasa por uno de los vértices si y sólo si el triángulo es rectángulo o isósceles.

PROBLEMA 3 (3p)

a) **(2,5p)** Sea la elipse de ecuación $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

Encuentra un punto P de la elipse en el primer cuadrante tal que el área del triángulo determinado por la recta tangente en dicho punto y los ejes de coordenadas sea mínima.

b) **(0,5p)** En el currículum vigente, los saberes básicos se agrupan en *sentidos*. Indica en qué curso y sentido se pueden situar los siguientes saberes básicos:

- Ecuación de la elipse.
- Recta tangente a una curva.

PROBLEMA 4 (2,5p)

a) **(1,5p)** Nerea y Luken se están jugando un bote de 80 caramelos a cara o cruz. Si sale cara, Nerea gana un punto y si sale cruz, es Luken quien lo gana. El primero que llegue a cinco puntos se lleva el bote. Cuando Nerea iba ganando 3 a 2, el juego se interrumpe y deciden repartirse los caramelos. ¿Cuántos debería llevarse cada uno teniendo en cuenta la puntuación en ese momento?

b) **(1p)** En 4° de ESO vamos a discutir entre toda la clase la resolución del problema del apartado a).

Plantea *dos actividades previas a dicha discusión*, para facilitar el debate. Una de ellas debe ser para trabajar individualmente y la otra en grupo. Especifica brevemente los recursos y herramientas necesarias en cada actividad.