

# EL MUNDO DE LAS CAJAS

D<sup>NA.</sup> INÉS SANZ LERMA (\*)

Analizo la idea de **contexto geométrico** siguiendo a Hans Freudenthal y propongo apoyar en ella una propuesta didáctica para Educación Primaria, diferenciada por ciclos, tomando como universo de referencia el mundo de las cajas. Se presta especial atención a la motivación y a la representación manipulativa, verbal y gráfica de los conceptos espaciales y de medida que se trabajan.

Dedico este trabajo a la memoria de Hans Freudenthal, a quien sólo tuve ocasión de escuchar una vez en las III Jornadas de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas (Zaragoza, 1983), pero cuyos trabajos han constituido para mí una fuente inagotable de ideas para la Educación Matemática.

## ¿QUÉ ES UN CONTEXTO GEOMÉTRICO?

Voy a empezar recogiendo las opiniones de Hans Freudenthal sobre lo que es un contexto geométrico, tal como aparecen publicadas en el libro Didactical Phenomenology of Mathematical Structures (Freudenthal, 1983) ya que serán la base teórica del modelo didáctico que voy a proponer para Educación Primaria.

Freudenthal se propone analizar qué es eso que Piaget llama "la representación del espacio en el niño" (Freudenthal, 1983, Capítulo 8) y afirma que, cualquiera que sea el concepto que los adultos actuales tengamos de **espacio**, en los niños esa idea no tiene influencia en la constitución de los **objetos mentales geométricos** habituales. Antes de llegar al espacio o espacios como objetos mentales hay que manejar los objetos mentales que entendemos como objetos geométricos. Como tales objetos geométricos serán colocados posteriormente en un espacio, pero como objetos mentales están ante todo situados en un contexto, el llamado **contexto geométrico**. Reclama el contexto original en el que se constituyó la geometría: el de la medida de la tierra y los usos prácticos. No quiere entrar a discutir lo que pueda ser el objeto mental geométrico pero indica que es algo ligado a la representación mental o, más habitualmente, a la gráfico-mental. Estos objetos mentales geométricos son de largo alcance en el proceso de formación de conceptos geométricos y hasta puede decirse que no se puede construir la geometría sin ellos, lo cual está relacionado con que las imágenes y la imaginación son más eficientes representando figuras que números. Por ejemplo, cualquier ejemplar dibujado o imaginado de triángulo es un buen paradigma de triángulo, con todas sus propiedades.

Según Freudenthal la educación geométrica comienza muy temprano debido sin duda a que el contexto geométrico resulta cómodo y placentero. Primero se da la **rectiliniaridad**, ejemplificada en el entorno natural en la postura erguida, los miembros extendidos, los troncos de los árboles, el caminar recto como camino más corto, y los múltiples instrumentos y acciones (palos, bordes, cortes, ...).

---

(\*) Profesora del Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales.

Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea

La **planitud** es aun más frecuente y está sugerida fuertemente por los suelos y pavimentos, paredes, mesas, cajas, ... Junto a ellas aparece el **paralelismo** (bordes de objetos, carreteras, puertas, filas de casas, ...) y los **ángulos rectos** de casas, habitaciones y objetos. En el entorno natural también se comienza a adquirir la **simetría especular**, la **simetría poligonal** y la **simetría axial**. Las secciones de árboles, el sol y la luna llena, ... sugieren **círculos** y las pelotas y otros objetos sugieren **esferas** y hasta **cilindros** y **conos**. Finalmente destaca como caso importante la congruencia y similaridad sugerida especialmente a los niños por los juguetes que imitan el mundo de los adultos.

Según estas ideas de Freudenthal podemos concluir que el contexto geométrico designa un mundo de objetos y acciones, accesible a la experiencia de las personas, en el que destacan las características geométricas euclídeas para los niveles de Educación Primaria.

Sin forzar este planteamiento, estimo que se puede interpretar el contexto geométrico como perteneciente al mundo de la vida corriente, por ejemplo si elegimos dar un paseo por el barrio para estudiar la dirección y sentido de las calles o ángulos de cruce, o a un mundo más simplificado que haga destacar estas características geométricas, como el mundo de las cajas o incluso los cuerpos geométricos o un geoplano. En los niveles de preescolar el mundo del juego será muy relevante pero estimo que en los niveles de Educación Primaria nos ocupamos de observar y analizar el mundo natural y social que nos rodea, y ahí podemos encontrar un sinfín de contextos geométricos. Por mi parte estoy también dispuesta a incluir como contextos geométricos propios de la enseñanza escolar los correspondientes a materiales sofisticados que permiten acciones con ellos: espejos, varillas, construcciones, ... En todos estos mundos se pueden construir esos objetos mentales geométricos de que nos habla Freudenthal y tienen la ventaja de que eliminan gran parte del *ruido* (información no geométrica) que se encuentra en el mundo natural y permiten construcciones más sistemáticas que pueden ser convenientes a medida que avanza la instrucción escolar.

Por las ideas que Freudenthal expone en otros lugares, entiendo que esos mundos no se exploran solos sino en compañía de profesores y otros alumnos, utilizando todas las capacidades de acción y expresión. Esos mundos aparecen como externos a la persona pero hay que tener en cuenta que lo dado son las cosas no las relaciones entre ellas y cada persona elabora a partir de ellas los objetos mentales geométricos bajo la influencia de sus capacidades, expectativas, etc. En ese proceso se elaboran **significados compartidos** que tienden a la construcción de los conceptos geométricos de la cultura escolar.

Quiero hacer dos aclaraciones. La primera respecto a lo que es **construir conocimiento** geométrico, matemático o de otro tipo, algo que está omnipresente en las propuestas curriculares y que tiene interpretaciones muy variadas. La noción de construcción de conocimiento suele aparecer ligada a lo que entendemos por significado de algo (concepto, problema, actividad, ...) y puede analizarse desde un punto de vista personal o institucional, como hace Godino (Godino, 2000). Una pequeña discusión sobre el tema de construcción del conocimiento puede verse en Giménez (Giménez, J. 2000). Mi propia posición está próxima a las teorías que propugnan la construcción cultural de los conocimientos según las hipótesis de Vigotsky. Una exposición detallada de un modelo en esta línea es la que da Lerman (Lerman, 1996). La segunda aclaración es relativa a la noción de **contexto**, que en este trabajo se ceñirá a los contextos geométricos tal como los entiende Freudenthal, con la posible extensión a contextos geométricos intraescolares. No entraremos en las múltiples interpretaciones que de contexto pueden darse, aún ciñéndonos al aprendizaje de matemáticas (Gómez Chacón, I.M., 1998), ni en la problemática que engendra la transferencia de significado de situaciones extraescolares a la construcción de significado en la actividad matemática escolar (ver por ejemplo Meira, L. 2000).

Para terminar este apartado diremos que el contexto de la geometría euclídea es, según Freudenthal, "la geometría de los cuerpos rígidos, reproducibles congruentemente y similarmente".

Como ejemplo de contexto propone el mundo de las cajas, reduciendo el significado del término caja a objetos cuya estructura tiene ocho vértices y doce aristas y sus caras son rectángulos. Indica como las variaciones de longitud permiten generar contextos variados de congruencia y similaridad (a diferencia de cubos o esferas que todos son similares entre sí). Freudenthal se limita a hacer un análisis estrictamente matemático de las posibilidades de deformación de un rectángulo. A partir de este punto voy a elaborar una propuesta didáctica, en parte interdisciplinar, basada en el mundo de las cajas, desglosada en los tres niveles de Educación Primaria y siguiendo el planteamiento que he realizado con los alumnos de Didáctica de la Matemática este curso.

### **PREPARACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA POR LOS MAESTROS.**

Se trata de organizar los conceptos que uno tiene sobre el tema y decidir cuál es la estructura más adecuada en base al nivel de desarrollo evolutivo y a los conocimientos previos de los alumnos. Hay que secuenciar actividades, temporalizar y decidir qué material vamos a usar, tratando de recubrir los procedimientos de obtención de datos, elaboración, presentación de resultados y evaluación. Todo esto no garantiza una buena enseñanza-aprendizaje, pero sin una buena preparación es seguro que irá mal, así que estimo que el aspecto técnico de preparación de las clases debe ser un esfuerzo continuo del profesor de cualquier nivel. Yo soy muy partidaria de usar libros como base de la enseñanza, además de calculadoras, ordenadores y todo tipo de material, pues es simplemente imposible que cada maestro prepare y diseñe cada unidad didáctica que, como mínimo, sería tarea de todo un equipo en cada centro. Los libros nos ofrecen propuestas de expertos, públicas y probadas en la tradición de enseñanza de muchos centros; aprender a estudiar en libros es para mi un objetivo general de la Educación Primaria, base de la autonomía de una persona, y el amor a los libros debe irse inculcando a medida que se desarrollan las capacidades lectoras.

Pero un maestro puede querer introducir variantes en una propuesta o desarrollar algún proyecto especial y su capacidad profesional le debe proporcionar los recursos para ello. Por eso voy a presentar en primer lugar cómo se planificó el tema en mi clase de Didáctica de la Matemática.

Acudí a clase con una bolsa de cartón, llena de objetos que no se veían. Ante la primera pregunta ¿qué es una caja? los alumnos de Magisterio contestaron de forma casi unánime que es un objeto de forma de paralelepípedo que podía estar hecho de cartón, madera o metal. La materia o el color no parecía relevante, pero sí la forma. Ante el objeto que había encima de la mesa, de forma ostensiblemente paralepipédica indicaron que eso era una bolsa pero no una caja, por lo que acordaron "que tener una tapa" parecía una característica esencial. Además añadieron que tenía que tener un "hueco", no valía un paralelepípedo macizo. Finalmente añadieron como característica común a todas las cajas "que servían para guardar cosas".

El paso siguiente fue sacar de la bolsa varios objetos de cartón, de metal, de madera y de plástico del tipo de los representados en la figura 1, todos ellos huecos, con tapa y que servían para guardar cosas.

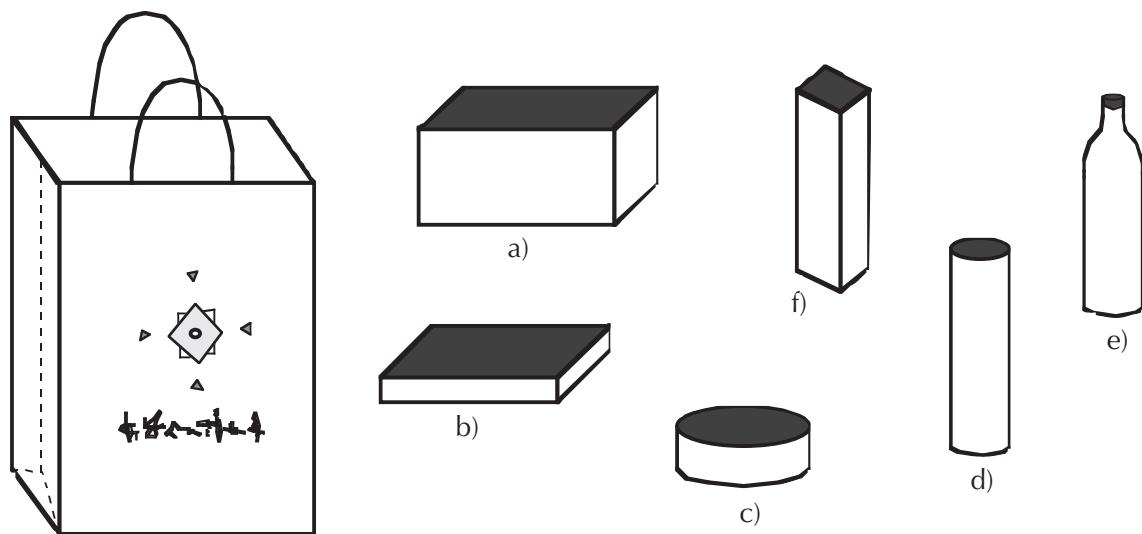


Figura 1.- Objetos.

Inmediatamente acordaron que a), b) y f) eran cajas, pero también c) a pesar de tener forma cilíndrica, pues había muchas cajas de esa forma, como las de caramelos o bombones. En cambio d) era un bote y e) una botella. Decidimos hacer unas listas de palabras que designaran objetos relacionados con cajas y obtuvimos lo que llamamos la familia de las cajas.

Comentamos cómo el concepto de caja era una clase difusa, como muchos de los conceptos naturales, a diferencia de los conceptos matemáticos, ya que si decimos paralelepípedo quedan delimitadas perfectamente las figuras geométricas que pertenecen a esa clase y cuáles no, cosa que no ocurre con el concepto caja.

Nos propusimos completar individualmente la TABLA I y hacer una red conceptual con todos los términos que incluyéramos en ella.

### FAMILIA de las CAJAS. TABLA I

GRUPO		PARIENTES	
BASE	en 1 <sup>er</sup> grado	en 2º grado	remotos o metafóricos
caja	arca	armario	casa
cajita	arcón	bote	TV
cajetilla	maleta	estuche	banco o caja de ahorro
cajón	baul	contenedor	cajero automático
cajonera	cápsula	–	libro
–	ataud		–
–			

Finalmente una consulta al diccionario de la Real Academia de la Lengua sirvió para que todos aceptáramos la siguiente definición:

**CAJA:** *Recipiente de tamaño y forma variables, que cubierto con una tapa suelta o unida a la parte principal sirve para guardar o transportar en él alguna cosa.*

Esta definición justificaba bien el colocar como parientes de primer grado las maletas y similares y eliminaba otros objetos, como las cazuelas, cuyo uso básico no es guardar o transportar. Los botes parecían constituir un dominio especializado por su forma y se situaron más alejados, aunque quedó claro que la definición no acotaba la forma y era más una cuestión de uso. También se eliminaron las botellas y otros recipientes especializados en guardar o transportar líquidos.

Esta revisión nos sirvió para investigar los personajes que habitaban en el mundo de las cajas y así tener recursos ante la posible pregunta de los niños ¿y ésto es una caja?. Además mostraba la necesidad de decidir qué tipo de cajas íbamos a utilizar en nuestra propuesta didáctica con el fin de crear un contexto geométrico preciso. Acordamos que para la propuesta que íbamos a elaborar serían cajas de forma **ortoédrica**, de cartón principalmente.

Guiados por las etapas de desarrollo evolutivo y por el modelo de Van Hiele de aprendizaje de la Geometría propondríamos para Primer Ciclo actividades de observación y manipulación así como de expresión verbal y de dibujo libre, a fin de que los niños fueran reconociendo la forma geométrica de ortoedro, común a todas las cajas con que trabajamos. Podía comenzarse la fase de análisis de los elementos constituyentes de caja (exterior, interior, forma de las caras, cuántas tiene, ...). Para Segundo Ciclo se potenciarían los aspectos operativos (construcción de cajas con cartulina o cartón) además de seguir desarrollando la fase de análisis (formas geométricas de las caras, comparación entre cajas, ...). Para Tercer Ciclo se daría prioridad a la medida tanto de áreas como a la distinción volumen-capacidad de una caja. También podría iniciarse la estimación de volúmenes.

Como motivación se propondría un cuento para todos los niveles. Se recomendó visitar la Biblioteca para consultar libros de Matemáticas de los diferentes cursos además de libros del profesor o guías didácticas y tratar de encontrar algún cuento que hiciese referencia al mundo de las cajas.

Las propuestas didácticas que siguen han sido en parte sugeridas por el trabajo con los alumnos, pero tienen otro enfoque. Ellos trataron en primer lugar de contentar al profesor, interpretando lo que se les pedía en base a sus recursos como aprendices de maestros, y siguieron un esquema formal de diseño de una programación, indicando objetivos y contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, además de una propuesta de evaluación, tal como sugieren los materiales curriculares. Yo me voy a centrar en una secuencia didáctica de actividades posibles. Una dificultad que hallaron los alumnos de Magisterio, que yo tampoco he resuelto, ha sido la de inventar un buen cuento que conecte con las actividades propuestas. Tampoco ha sido fácil hallar cuentos sobre "cajas".

## PROPIUESTA didáCTICA PARA PRIMER Ciclo.

### **Los regalos de París**

*Aquel domingo mamá volvía de París, de una feria de muestras sobre objetos de decoración y artesanía. Su marido y sus dos niños la esperaban impacientes. Cuando llegó traía una gran bolsa de lona además de su maleta. Al abrirla vieron que contenía una caja de bombones y otras seis cajas de diferentes tamaños, forradas de papeles de colores.*

- La caja de bombones será para el que acierte, al menos, cual es uno de sus regalos, dijo la mamá.

Todos empezaron a decir:

- Un jarrón de cristal.
- Un cuadro.
- Una estatua de la torre Eiffel.

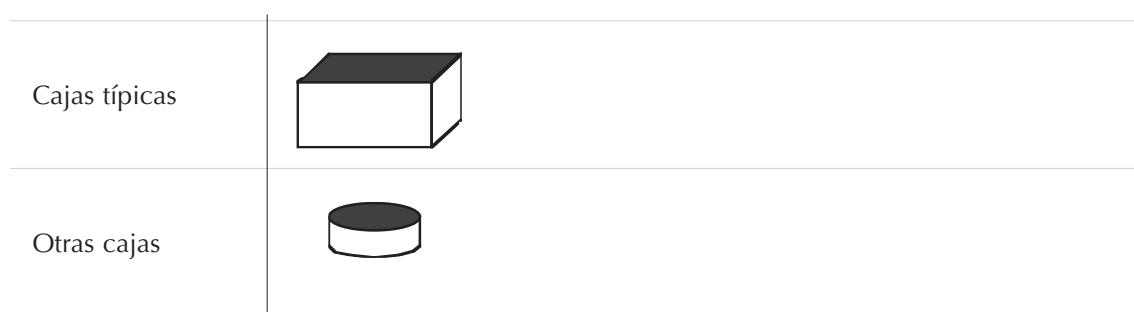
Pero la madre dijo que no habían acertado, que tenían que pensar en lo que ellos querían tener. Así que la caja de bombones se la comieron entre todos después de abrir los regalos. Los regalos eran una prenda de ropa para cada uno, discos de música para el padre, un juego de pelotas de tenis para la hija y un juego de ordenador para el niño. Todos agradecieron a la madre el trabajo que se había tomado para buscar esos regalos especiales.

### 1<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

- Lectura del cuento. Comentarios sobre las contestaciones que dieron los hijos y por qué. Cuántas cajas trajo en total y por qué. Hacer un dibujo libre de la bolsa de regalos y de las cajas.

### 2<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

- La maestra presentará varias cajas y entre todos comentarán de qué material están hechas y que cosas podríamos guardar en ellas. Luego observarán una a una las cajas, cogiéndolas y manipulándolas, para distinguir: la tapa, el interior y el exterior. Separar las cajas de forma típica con caras planas, de las que tienen otra forma. Dibujarlas siguiendo un modelo gráfico.



- Manipular individualmente las cajas típicas y contar cuantas caras vértices (picos) y aristas (bordes) tienen. Comprobar que todas tienen igual: 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.
- Sacar el cubo de la caja de cuerpos geométricos, comparar su forma con la de las cajas y escribir la frase: "Muchas cajas se parecen al cubo pero sus caras tienen distintos tamaños".

### 3<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

- Cada niño comenta cuál es la caja mayor que han visto y cuál es la más pequeña. Cómo se llama una caja pequeña, una caja de cigarrillos y una caja grande.

Escribir y dibujar una familia de cajas:

caja – cajita – cajetilla – cajón

Preguntar si han visto en su casa una cajonera y aclarar el significado de este término.

- Hacer torres, puentes, etc. utilizando cajas, cajitas y cajetillas y comentar los resultados.
- Rellenar una caja con cajetillas y luego con pelotas. Comentar el resultado en cuanto a cómo llenar un espacio sin dejar huecos, de ahí la ventaja de la forma de caja.
- Poner marcas de colores en las caras de una caja, con cuidado de marcar con el mismo color las caras iguales. Calcar sobre papel esas caras (rebordeando la caja), colorear las figuras obtenidas del mismo color que la cara calcada, recortar y comprobar la igualdad de caras prevista.

## **PROUESTA didáCTICA PARA SEGURO Ciclo.**

### **Las cosas que más valen**

*La casa donde vivían Xabier y Ana no era muy grande pero estaba limpia y ordenada. Todos tenían cuidado de no dejar las cosas tiradas en cualquier parte. Así que ponían los libros en las estanterías y las ropas que no estaban usando en los armarios. Todo estaba abierto menos un cajón de la cómoda que estaba en la habitación de los padres.*

*Cuando Xabier y Ana eran de vuestra edad tenían una enorme curiosidad por ese cajón y les preguntaban a sus padres que había en él.*

- *Cajas, no hay mas que cajas, dijo el padre.*
- *Bueno, dijo la madre, hay cajas pero no están vacías. En cada una de ellas guardamos cosas muy apreciadas por nosotros.*

*Los niños pensaron al principio que serían cosas que valdrían mucho dinero; pero sabían que su madre guardaba sus escasas joyas en un joyero de madera muy bonito que tenía una llavecita y estaba encima de esa misma cómoda. Al fin decidieron volver a preguntar y sus padres abrieron el cajón y las cajas y cajitas que contenía. Su sorpresa fue grande al ver que una guardaba fotos de sus abuelos y otras una flor ya seca, una muñeca de trapo, un viejo reloj, y así hasta doce cajas de diferentes tamaños. Hablando con sus padres comprendieron que esas cajas eran importantes porque las cosas que guardaban eran recuerdos.*

### **1<sup>a</sup> ACTIVIDAD.**

- Lectura y comentario entre todos del cuento y sobre lo que ellos o sus familiares guardan en cajas. Comentar si han observado cajas en las tiendas y para qué las usan.
- Describir qué forma tiene una caja y dibujar tres cajas de diferentes tamaños.
- Entregar a cada grupo de niños una caja para manipularla y señalar sus partes: tapa, caja abierta, caja cerrada, superficie exterior de la caja y superficie interior.
- Comentar cómo muchas de las cajas que hoy utilizamos son de cartón y se utilizan para guardar o transportar cosas y luego se tiran (poner ejemplos). Pero también hay cajas de madera o de metal: cajas de caramelos, joyeros, cajas de pastas, ...
- Elegir una caja típica con todas sus caras planas y contar entre todos las caras, vértices y aristas.

## 2<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

---

- Suministrar a cada grupo de niños una caja de cartón que sea fácilmente desmontable (no todas iguales). Desmontarla y volverla a montar.
- Idear cada grupo un procedimiento para construir una caja de cartulina.
- Revisar la construcción y comparar los resultados de los demás grupos, tratando de establecer la relación entre el tamaño de la caja y el tamaño de sus caras. Comprobar que las caras son iguales dos a dos (calcando y superponiendo).

## 3<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

---

- Construir otra caja que mida el doble de alto y la mitad de largo. Dibujar en primer lugar los rectángulos que formarían las caras de esa caja en una cartulina, recortarlos y utilizarlos como patrón para construir el modelo que han de recortar para construir la caja. Montar la caja y pintarla o decorarla para poder guardar en ella un regalo que queramos hacer.

## PROUESTA DIDÁCTICA PARA TERCER Ciclo.

---

### Ningún regalo en caja cerrada

*La familia de Luisa iba a comer el domingo con sus tíos y primos, pues era el cumpleaños de su tía Miren. Todos llevarían algún regalito y ella decidió comprar una caja de bombones. En el supermercado encontró varios tipos de cajas, pero casi todas valían más de 1000 pesetas y ella sólo tenía 700. Por fin halló una que valía 650 pesetas. Además era de un bonito color azul con dibujos.*

*Llegó tan contenta con su regalo y tía Miren decidió abrirla a los postres para que todos probaran los bombones de Luisa. ¡Cuál sería su sorpresa cuando hallaron sólo seis bombones en la caja y en la mesa eran diez personas!. La caja tenía unas gruesas paredes y una especie de bandeja dorada en la cual destacaban los seis bombones, uno en cada hueco de la bandeja. Su tía restó importancia al asunto diciendo que los bombones eran muy grandes y los partirían por la mitad para que pudieran probarlos todos. Pero Luisa pasó mucha vergüenza y se empezó a preguntar cuál sería el motivo de usar una caja tan grande para sólo seis bombones.*

## 1<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

---

- Lectura del cuento y comentarios sobre el mismo: si han pasado alguna vez por una situación parecida, por qué harán esto los comerciantes, qué tipos de productos se guardan en cajas demasiado grandes para el tamaño del objeto que contienen, etc.
- Dibujar la caja de bombones cerrada y luego abierta, como se la imaginan.
- Observar otras cajas en que también se produzca una situación parecida (por ejemplo de perfumes, ...)
- Establecer las nociones de volumen exterior de una caja y volumen interior o capacidad.
- Sacar de la caja de cuerpos geométricos las figuras que tienen "forma de caja" y el "cubo" y comprobar las analogías y diferencias entre ellos. Observar en todos los casos el paralelismo y la perpendicularidad entre caras. Introducir el nombre ortoedro y escribir:

- Muchas cajas tienen forma de ortoedro. Se parecen al cubo pero sus caras pueden ser de diferentes tamaños.
- Las caras de un cubo son cuadrados.
- Las caras de un ortoedro son cuadrados o rectángulos.
- Las caras de las cajas son paralelas dos a dos.
- Los ángulos de las cajas son rectos porque las caras se cortan perpendicularmente.

## 2<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

---

- Comparar (en grupos) cajas de forma ortoédrica suministradas por la maestra y hacer estimaciones a ojo de su volumen y capacidad a fin de decidir qué cajas tienen igual volumen y ordenarlas de mayor a menor.
- Comparar los resultados intergrupos y construir una hilera de cajas ordenadas de mayor a menor volumen. Las cajas que se hayan estimado de volumen igual se pondrán una encima de otra.
- Reflexionar entre todos sobre el resultado y escribir las siguientes frases:
  - Dos cajas pueden tener igual volumen aunque sus dimensiones largo, alto y ancho sean diferentes. Lo que cuenta es el conjunto de las tres.
  - Una caja puede ser más alta que otra y tener menor volumen, si su base es pequeña. Para saber cual es la mayor de dos cajas tenemos que mirar todas sus dimensiones.
  - Para saber la capacidad de una caja tenemos que mirar lo que mide por dentro. Si las paredes de la caja son delgadas la capacidad y el volumen exterior serán casi iguales. Pero si las paredes son gruesas la capacidad será menor que el volumen.
  - Completar frases del tipo:
  - Si dos cajas tienen igual base tendrá más volumen la que tenga mayor
  - Si dos cajas son iguales de largas y altas será menor la que tenga menor

## 3<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

---

- Rellenar una caja con cubos de  $1 \text{ cm}^3$  y comprobar que el número de cubos que caben en ella es igual al número de cubos que caben de alto por el número de cubos que caben de ancho por los que caben de alto. Obtener expresiones del tipo:

$$\text{Capacidad} = \text{volumen interior} = 4 \times 5 \times 8 \text{ cm}^3$$

- Tomar las dimensiones interiores de la caja con una regla y establecer la equivalencia de esta operación con la anteriormente realizada.
- Medir las aristas exteriores y proponer como expresión para el volumen de la caja:

$$\text{Volumen} = (a \times b \times c) \text{ cm}^3$$

siendo las dimensiones de la caja: a cm. de largo, b cm. de ancho y c cm. de alto.

- Reflexionar sobre las posibles diferencias entre volumen y capacidad de una caja dependiendo del grosor de sus paredes.
- Repetir las mediciones de cajas pequeñas en mm. para obtener resultados en  $\text{mm}^3$  y proponer algún problema en diferentes unidades.

#### 4<sup>a</sup> ACTIVIDAD.

- Cálculo de la superficie exterior y del volumen de una caja dada a partir de las medidas de sus bordes.
- Coger de la caja de cuerpos geométricos un cubo y dos ortoedros y calcular su superficie exterior y su volumen.
- Hacer una puesta en común y reflexionar sobre los resultados, analizando si existe relación entre la superficie total de una caja y su volumen.

**Nota:** Se estima que cada una de las actividades propuestas se pueden desarrollar en una sesión de clase en el horario de cualquier nivel, con lo que el conjunto ocuparía aproximadamente una semana. La separación entre actividades no es rígida.

#### OBJETIVOS Y EVALUACIÓN.

El objetivo general de esta propuesta didáctica podría formularse así:

- Desarrollo del interés por los objetos de uso común, sus formas y propiedades.

No soy partidaria de formular muy detalladamente los objetivos, pues el trabajo de clase va mucho más allá de la propuesta minuciosa de éstos, pero es importante saber qué nos proponemos y cómo lo evaluamos. Supuesto que hacemos evaluación continua y que disponemos de una tabla de doble entrada, alumnos/items a evaluar, propongo de forma orientativa cinco items compatibles con las actividades y coordinados con los objetivos, como aparecen en las tablas II, III y IV.

#### PRIMER Ciclo . TABLA II

OBJETIVOS	EVALUACIÓN
1. Interés por la forma caja a través de la comprensión y discusión de un cuento.	1. Comprensión del cuento. Expresión verbal, oral y escrita.
2. Uso preciso del lenguaje oral y escrito para designar diferentes clases de objetos.	2. Reconocimiento de la forma caja y sus elementos.
3. Reconocimiento de la forma típica de caja, las formas que la limitan y sus elementos.	3. Dibujo y expresión gráfica.
4. Desarrollar la imaginación a través del dibujo y expresión manipulativa.	4. Distinciones entre caja - cajita - cajetilla - cajón - cajonera.
5. Interés por explorar a partir de la forma caja, rellenando huecos y haciendo construcciones.	5. Expresión manipulativa: llenado de huecos y construcciones.

**SEGUNDO Ciclo . TABLA III**

OBJETIVOS	EVALUACIÓN
1. Interés por las cajas y su uso, a través de la comprensión y discusión de un cuento.	1. Comprensión del cuento. Expresión verbal.
2. Desarrollo de la expresión verbal y gráfica para que sepan describir una forma y representarla.	2. Reconocimiento de la forma caja, sus elementos y relaciones entre ellos.
3. Mejora de las habilidades manipulativas, montando y desmontando cajas.	3. Expresión gráfica. Plantillas de cajas.
4. Desarrollo de la creatividad, ideando un esquema gráfico que permita construir una caja.	4. Expresión manipulativa: montaje de una caja.
5. Comprensión y análisis de las formas geométricas que constituyen la superficie de una caja.	5. Creatividad.

**TERCER Ciclo. TABLA IV**

OBJETIVOS	EVALUACIÓN
1. Interés por el uso social de las cajas a través de la comprensión y discusión de un cuento.	1. Comprensión del cuento. Expresión verbal.
2. Distinción entre la capacidad y el volumen de una caja y su relación con las dimensiones internas y externas.	2. Comprensión de las relaciones entre las diferentes medidas de longitud, superficie y volumen de una caja.
3. Estimación de la capacidad y volumen de cajas. Clasificación y ordenación de cajas por esas propiedades.	3. Estimaciones de capacidad y volumen.
4. Medición de la capacidad y volumen de una caja por procedimientos directos e indirectos.	4. Medidas de capacidad y volumen.
5. Relación de la forma caja con el cuerpo geométrico ortoedro. Reconocer las relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre sus caras.	5. Reconocimiento de la forma geométrica ortoedro y las relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre sus caras.

Para registrar la evaluación se puede usar una clave simple del tipo:

- # no realiza el trabajo, no participa, no comprende.
- / regular, insuficiente, se esfuerza poco.
- x aceptable, se esfuerza, respuestas bastante completas.
- 1 bien, completa correctamente, buenas formas expresivas.
- m casos especiales de creatividad o comportamiento muy bueno.

Obtendremos así un mapeado de la clase por alumnos y por items que permite detectar los puntos fuertes y débiles y que sirve tanto para ayudar a los alumnos en los aspectos que muestran deficiencias como para revisar aquellos items que sistemáticamente aparezcan demasiado bien o demasiado mal evaluados. En resumen, lo que se debe pretender, en mi opinión, es detectar la marcha general del trabajo, si éste está adaptado a los alumnos y si cada uno de ellos progresá y se esfuerza en aprender según sus capacidades.

Además de los items específicos de cada unidad, la plantilla de recogida de datos para la evaluación convendría que dispusiera de alguna casilla más que recogiera items a evaluar conectados con objetivos más generales pero que hay que evaluar en cada tarea, como la participación en el trabajo en grupo, e incluso alguna casilla en blanco en la que el maestro pueda especificar aspectos sugeridos por la marcha de la clase.

## OBSERVACIONES FINALES.

Esta unidad didáctica es adecuada para presentarla globalizada, especialmente entre las áreas Lenguaje - Matemáticas - Sociales. La lectura e interpretación del cuento es una actividad básica, así como otras actividades lingüísticas de expresión verbal y escrita propuestas, y pueden idearse muchas más. También puede conectarse fácilmente con la problemática del reciclaje de residuos y el uso de recursos naturales, planteando en Primer Ciclo qué hacemos con las cajas usadas y, en los otros dos, de dónde sale la materia con que se fabrican, a fin de concienciarnos con el uso y abuso de las cajas.

No aparecen explícitos los contenidos que cubre esta unidad en las diversas áreas, pero estimo que es fácil deducirlos de las actividades y objetivos propuestos. Respecto a la inclusión del volumen, que no es un contenido mínimo para la Educación Primaria, opino que la palabra volumen seguramente pertenece al vocabulario usual de niños de Tercer Ciclo por lo que no estarán fuera de lugar las actividades elementales propuestas, como actividades de grupo y apoyadas por el maestro, a fin de ir adquiriendo, en el contexto geométrico del mundo de las cajas, el objeto mental geométrico que se llama volumen y cómo se puede medir en un objeto de forma simple esa propiedad de tener volumen.

## BIBLIOGRAFÍA.

- Freudenthal, H.** (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel.
- Giménez, J.** (2000). *¿Construir o no construir? Esa no es la cuestión*. Uno, 25, 5-7.
- Godino, J.** (2000). *Significado y comprensión de los conceptos matemáticos*. Uno, 25, 77-87.
- Gómez Chacón, I.M.** (1998). Matemáticas y contexto. *Apuntes I.E.P.S.* nº 64, Narcea. Madrid
- Lerman, S.** (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: a challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 2, 133-150.
- Meira, L.** (2000). *Lo real, lo cotidiano y el contexto en la enseñanza de las matemáticas*. Uno, 25, 59-74.